

COMPTES RENDUS

DES SÉANCES

DE L'ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 4 JUILLET 1927.

PRÉSIDENTE DE M. CHARLES BARROIS.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

CALCUL DES PROBABILITÉS. — *Sur le battage des cartes.*

Note de M. **HADAMARD.**

La question du battage des cartes, considéré au point de vue des probabilités, est apparentée à celle du postulat ergodique, fondamentale pour la Physique mathématique moderne; et c'est à ce titre que Poincaré y insistait déjà dans ses *Leçons sur le Calcul des probabilités* ⁽¹⁾. D'un autre côté, la méthode suivie à cet égard par Poincaré repose sur un emploi assez savant et assez compliqué des nombres complexes généralisés. Il y a intérêt à raisonner, au contraire, sous la forme la plus directe et la plus intuitive possible, permettant de bien mettre en évidence l'influence des divers éléments de la question. La démonstration qui va suivre me paraît satisfaire à ce desideratum.

On part, avec Poincaré, d'un certain nombre d'opérations élémentaires

⁽¹⁾ *Leçons* rédigées par Quiquet, 2^e édition, 1912, Chap. XVI.

(substitutions) possibles à chaque geste du joueur, avec, pour chacune d'elles, entendue comme il le spécifie (*loc. cit.*, p. 301), une probabilité déterminée, indépendante de la permutation à laquelle on l'applique (c'est cette hypothèse qui exprime que le jeu est sans défauts). L'ensemble de ces substitutions élémentaires et de leurs probabilités respectives est ce qui caractérise les « habitudes du joueur ». Si maintenant on effectue successivement un nombre quelconque n de coups de battage, c'est-à-dire de gestes de cette espèce, on obtient évidemment l'une quelconque S_i ($i=1, 2, \dots, r$) des substitutions du groupe G dérivé des substitutions élémentaires données. Ces substitutions se présenteront d'ailleurs, au $n^{\text{ième}}$ coup, avec des probabilités respectives P_1, P_2, \dots, P_r dépendant en général de n et il s'agit de démontrer que les limites vers lesquelles tendent les P_i , pour n infini, sont toutes égales entre elles.

Il faut d'ailleurs distinguer. Il n'est nullement évident, ni même toujours vrai, que les P_i tendent chacun vers une limite unique; et il n'est même pas toujours vrai que les substitutions de G , toutes réalisables (par hypothèse) pour n suffisamment grand, le soient chacune pour *toutes* les valeurs suffisamment grandes de n . Un exemple contraire est immédiatement fourni par le cas où aucune des opérations élémentaires n'appartiendrait au groupe alterné et où, par conséquent, le groupe G comprendrait des substitutions de deux sortes, réalisables les unes seulement pour les valeurs paires, les autres seulement pour les valeurs impaires de n . Les P_i ne convergent alors que *périodiquement*.

Ceci étant remarqué, soient n' , n'' et $n = n' + n''$ trois entiers positifs dont le premier sera choisi tout d'abord, le second recevant ensuite une valeur indépendante de la première et très grande. Les principes du Calcul des probabilités donnent immédiatement la relation

$$(1) \quad P_i = P'_{i1} P''_1 + P'_{i2} P''_2 + \dots + P'_{ir} P''_r$$

dans laquelle, l'abréviation S_{ij} désignant la substitution $S_i S_j^{-1}$, la notation P'_{ij} représente la probabilité correspondante. On a d'ailleurs, aussi, puisque les S_{ij} représentent dans leur ensemble l'ensemble des substitutions de G ,

$$(2) \quad \sum P_{ij} = 1$$

(que la sommation soit d'ailleurs faite par rapport à i ou par rapport à j).

L'ensemble des deux formules (1) et (2), dans lesquelles tous les coefficients sont positifs ou nuls, montre immédiatement que P_i est une moyenne entre

les valeurs des P'_i , comme entre les valeurs des P''_i . D'après cela, si, pour chaque valeur de n , on détermine la plus petite ϖ et la plus grande ϖ_i des r probabilités P_i , chacun des intervalles (ϖ, ϖ_i) successifs comprend les suivants. Il apparaît intuitivement, et nous allons effectivement constater que cette remarque doit suffire à résoudre la question.

Elle entraîne, en particulier, cette conséquence que, si, pour une valeur déterminée de n , tous les P_i sont différents de zéro, il en sera de même pour toutes les valeurs suivantes. Nous dirons, s'il en est ainsi, qu'on est dans le cas ordinaire; le cas singulier sera au contraire celui où, pour toute valeur de n , l'un au moins des P_i est nul.

I. Considérons pour chacun des S_i la limite supérieure $\overline{\lim}_{n=\infty} P_i = \Pi_i$ et supposons, par exemple, que la plus grande d'entre elles corresponde à $i = 1$. Faisons $i = 1$ dans la relation (1). Par hypothèse, on pourra donner à n'' et, par conséquent, à n des valeurs aussi grandes qu'on voudra, telles que le premier membre soit supérieur à $\Pi_1 - \varepsilon$, quelque petit qu'ait été pris à l'avance ε . Au second membre, d'autre part, chacune des P'_j sera, pour n'' suffisamment grand, inférieure à $\Pi_1 + \varepsilon$, d'après l'hypothèse faite sur le choix de i . Donc, d'après (2) chacune d'elles devra aussi satisfaire à l'inégalité

$$(3) \quad P''_j \leq \Pi_1 - \eta$$

(η désignant un nombre convenablement choisi tendant vers zéro avec ε) sauf lorsque le coefficient P'_{ij} sera nul. Autrement dit, à cette restriction près, toutes devront tendre vers Π_1 pour les valeurs considérées de n'' .

Par hypothèse, toutes les substitutions S_j faisant partie du groupe G , on peut, pour chaque valeur de j , choisir n' de manière que P'_j soit différent de zéro. Donc, toutes les limites supérieures Π_i sont égales entre elles ⁽¹⁾.

Ceci concerne le cas le plus général. Dans le cas ordinaire, il est facile d'aller plus loin. Le nombre η qui figure dans l'inégalité (3) peut, en effet, être considéré comme défini en fonction de ε par la relation

$$(4) \quad \eta = \frac{2 - \varpi'}{\varpi'} \varepsilon,$$

ϖ' désignant la plus petite des P' .

Or, dans le cas ordinaire, ϖ' est, à partir d'une certaine valeur de n' , constamment supérieur à un nombre positif fixe ϖ_0 . Comme, d'autre part, aucun des P' n'est nul, on aura pour toutes les valeurs de j et toutes les

(¹) Leur valeur commune est évidemment la limite vers laquelle tend la quantité décroissante ϖ_1 .

valeurs suffisamment grandes de n''

$$P_j'' \geq \Pi_1 - \frac{2 - \varpi_0}{\varpi_0} \varepsilon,$$

c'est-à-dire que P_j'' tend vers la limite Π_1 . C'est ce que nous nous proposons de démontrer.

II. Mais on peut préciser cette convergence. Soit, d'une manière générale, $\delta(n)$ la différence $\varpi_1 - \varpi$, c'est-à-dire la plus grande valeur de $|P_i' - P_i|$ pour une valeur donnée de n . Dans la formule (1), donnons à i deux valeurs différentes, que nous appellerons i et i' : en combinant par soustraction les deux égalités ainsi obtenues, il vient

$$P_{i'} - P_i = \sum_j P_j'' [P_{i'j}' - P_{ij}'].$$

La somme des seconds facteurs [tous au plus égaux en valeur absolue à $\delta(n')$] est nulle. On ne changera donc pas le second membre en remplaçant chaque coefficient P_j'' par $(P_j'' - \varpi'')$; et, si ϖ'' est le plus petit des P'' , les coefficients ainsi modifiés restent tous positifs ou nuls. Leur somme est

$$\sigma = \sum P_j'' - r\varpi'' = 1 - r\varpi''.$$

Donc $|P_{i'} - P_i|$ et son maximum $\delta(n)$ satisfont à l'inégalité

$$\delta(n) \leq \sigma^n \delta(n').$$

Or, dans le cas ordinaire, ϖ' est différent de zéro et, par conséquent, σ inférieur à 1. Donc $\delta(n)$ tend vers zéro, et cela au moins comme le terme général d'une progression géométrique décroissante. C. Q. F. D.

III. Le théorème ayant été ainsi démontré, et même de deux manières différentes, pour le cas ordinaire, il reste à traiter le cas singulier ⁽¹⁾.

L'exemple qui nous a servi à en montrer la possibilité se généralise évidemment (toujours avec convergence périodique des P) de la manière suivante. Supposons que G soit un groupe composé, qu'il admette le sous-groupe distingué g et, par conséquent, un isomorphe méridrique Γ dans

(1) Ce cas a échappé à Poincaré. Il correspond à celui où le nombre ω (*loc. cit.*, p. 304) est une racine $p^{\text{ième}}$ $\left(\rho = \frac{r}{r'}\right)$ de l'unité, les quantités x étant égales entre elles par séries de r' et, d'une série à l'autre, dans des rapports égaux aux diverses puissances de ω .

lequel toutes les substitutions de g aient pour homologue la substitution identique. On sera dans le cas singulier si les opérations élémentaires correspondant à un coup de battage unique correspondent toutes à une même substitution γ (non identique) du groupe Γ . Ce dernier se compose d'ailleurs forcément, dans ces conditions, des puissances successives de γ .

Je dis que nous avons ainsi le mode de génération le plus général du cas singulier.

Si, en effet, en nous plaçant dans ce cas, nous appelons, pour une valeur déterminée quelconque de n , r' le nombre des P différents de zéro, il résulte de la relation (1) que r' ne saurait décroître, donc qu'il reste constant à partir d'une certaine valeur de n ; et que, d'une manière plus précise, on obtient une substitution S effectivement possible pour la valeur $n' + n''$ de n , en écrivant

$$(4) \quad S = S'S''$$

où S' est une substitution de G possible au (n') ^{ième} coup et par S'' une substitution possible au (n'') ^{ième} coup.

Mais, d'après ce qui vient d'être remarqué, le nombre des S , celui des S' et celui des S'' ont la valeur commune r' (du moins si l'on exclut les premières valeurs de n' et de n'') : autrement dit, on obtient tous les S en combinant tous les S'' avec un même S' et cela quel que soit cet S' . Si donc, ayant une première fois fait choix d'un S' déterminé qu'on appellera s' , on représente un S' quelconque sous la forme

$$S' = s'\Sigma,$$

l'ensemble des $\Sigma S''$ est identique à l'ensemble des S'' . Donc l'ensemble E (cf. *loc. cit.*, p. 308) des substitutions Σ est indépendant de n' comme de n'' et forme un groupe d'ordre r' . Ce groupe est un sous-groupe distingué de G , puisque (en faisant $n'' = n'$) l'on voit qu'à toute substitution Σ correspond une substitution Σ_1 appartenant également à E , telle que

$$\Sigma s' = s'\Sigma_1,$$

relation dans laquelle en disposant convenablement de n' , on peut prendre pour s' n'importe quelle substitution de G .

Notre assertion est donc complètement établie.

ASTRONOMIE PHYSIQUE. — *Loi de distribution des orages magnétiques et de leurs éléments. Conséquences à en tirer sur la constitution du Soleil.* Note de M. H. DESLANDRES.

La Note actuelle est la suite d'une Note publiée avec le même titre le 27 décembre 1926 ⁽¹⁾. Les orages magnétiques, enregistrés avec les magnétographes, nous révèlent les forts essaims de particules électrisées, la plupart négatives, qui sont lancées par le Soleil dans la direction de la Terre. Le premier examen de ces orages m'a donné les résultats suivants : Les orages peuvent être divisés en groupes; et, dans chaque groupe, les intervalles entre les pointes maxima des orages, exprimées en longitudes solaires, sont des multiples exacts de 60° , 30° et 15° . Les pointes successives d'un même orage annoncent des particules de vitesses différentes, qui, émises en même temps, sont déviées d'un angle différent et séparées par le champ magnétique extérieur de l'astre. Tout se passe comme si les émissions corpusculaires et même aussi ondulatoires du Soleil émanent d'une couche profonde invisible qui tourne comme un corps solide et offre au moins 24 volcans permanents, d'une activité variable, répartis uniformément autour de l'axe de rotation.

L'analyse des orages conduit ainsi à des idées nouvelles relativement simples sur la constitution de l'astre. La couche profonde qui émet serait la cause première de tous les phénomènes (taches, facules, protubérances, filaments, aurores terrestres), observés sur le Soleil et ses dépendances, et soumis en même temps à la grande oscillation undécennale. Il convient donc de suivre avec le plus grand soin toutes les perturbations magnétiques, au moins pendant une période entière de 11 années. Dans les Notes précédentes, j'ai examiné les variations de l'aiguille aimantée de 1920 à 1926 inclus; je présente aujourd'hui l'analyse des huit principaux orages des années 1917, 1918 et 1919, dont les éléments ont été publiés par l'Observatoire de Greenwich et l'Institut de Géophysique de l'Université de Paris.

Toutes les pointes un peu notables de 23 orages sont groupées dans le tableau ci-après, semblable à celui de la Note précédente, et de manière

⁽¹⁾ *Comptes rendus*, 183, 1926, p. 1313. Voir aussi 182, 1926, p. 296, 669, 733 et 1031; 183, 1926, p. 165 et 493.

que l'on puisse facilement les comparer entre elles et vérifier la distribution annoncée. On prend pour horloge le soleil qui tourne et chaque pointe est représentée dans le temps par la longitude qu'a le centre du Soleil au moment où la pointe apparaît sur la Terre; puis la longitude est mise sous la forme $n \times 15^\circ \pm \varepsilon$, n étant un nombre entier et ε un résidu au plus égal à 9. Chaque ligne horizontale du tableau donne les éléments d'un orage, à savoir : dans la première colonne, la date de la pointe principale de l'orage, dans la deuxième colonne le multiple de 15° , puis, dans les petites colonnes qui suivent, les résidus des pointes successives. Le résidu de la pointe maxima est distingué par des chiffres plus gros; de plus on a accolé à chaque résidu une des lettres p , m ou g , qui annonce une pointe petite, moyenne ou grande par rapport à la valeur moyenne de la déclinaison pendant le mois à la même heure (¹).

Dans l'ensemble le tableau conduit aux mêmes résultats que le tableau précédent, consacré aux années de 1920 à 1926. Certains résidus se retrouvent dans la majorité des orages, ce qui implique que les pointes correspondantes sont, à la première décimale près, séparées en longitude par des multiples de 15° . Le résidu $+7$, en particulier, est répété 16 fois, et 10 de ces résidus sur 16 se rapportent à des pointes maxima. D'ailleurs il ne faut pas s'attendre à des résidus identiques, même si les volcans solaires ont exactement la distribution annoncée, et lancent des particules de même signe électrique, ayant exactement les mêmes vitesses. Les variations du champ magnétique solaire introduisent des différences et les positions respectives du volcan, de la Terre et du magnétographe ne sont jamais exactement les mêmes, ce qui donne lieu à de petits écarts dans la position et l'intensité des pointes.

Les résidus de $+9$ à $+6$ se retrouvent dans les orages les plus forts et correspondent à des particules rapides; la vitesse des particules doit décroître régulièrement du résidu $+9$ au résidu -4 , si toutefois les pointes correspondantes sont dues à des particules qui ont toutes une charge négative. J'ai cherché une vérification en examinant l'état et l'activité du Soleil dans les journées qui précèdent chaque orage; j'ai utilisé les

(¹) Les dispositions et notations sont les mêmes que dans le tableau précédent. On a seulement supprimé les colonnes -5 et -6 et ajouté une colonne $+9$, cet arrangement nouveau ayant paru s'adapter mieux aux faits.

Pour pouvoir faire tenir les 23 orages dans une seule page, on a mis dans chaque petite colonne un seul résidu, celui qui a paru le plus intéressant.

Pointes successives de plusieurs beaux orages magnétiques (enregistrés à Greenwich et Paris), représentées par la longitude du centre du Soleil au moment de leur apparition sur la Terre et rapprochées des longitudes qui sont des multiples de 15°.

Date de la pointe maxima et classe de l'orage.		Multiple de 15°.	Résidus.														
			+ 9°.	+ 8°.	+ 7°.	+ 6°.	+ 5°.	+ 4°.	+ 3°.	+ 2°.	+ 1°.	+ 0°.	- 1°.	- 2°.	- 3°.	- 4°.	
1917.	Janv.	4,74 A...	120 ⁰ ±	9 p													
	Fév.	15,77 M...	285±	9,3 m	8,6 p	7,9 p	6,6 m		4,3 m	3,5 m	2,5 m	1,1 p	0,0 g	0,4 m	1,3 g	2,9 m	3,9 m
	Juin	24,66 M...	15±				6,9 g	5,5 p	4,0 m	3,2 m	2,0 p	4,6 m				2,4 m	3,3 m
	Oct.	9,20 V...	135±				6,3 p	5,1 p	4,0 m		2,2 p	1,0 p					4,2 m
	13,73 V...	75±			8,4 m	7,1 g	6,3 p	5,1 p	4,2 p		2,6 p					2,4 g	3,6 m
	14,69 V...	60±		9,3 g	8,1 m	7,4 g	6,7 m	5,6 m	4,6 m	3,7 g	2,8 p	1,7 p	0,6 p				4,0 g
	21,71 V...	330±			7,4 p	6,0 g			4,9 m	3,3 g	2,2 m	1,8 p	0,9 m	0,7 m			3,8 p
	Déc.	16,78 A...	225±	9,4 p	8,1 m	7,2 m	6,6 m	5,3 g		3,0 m							
1918.	Mars	8,10 A...	240±						4,1 p	3,1 p	2,3 m	4,2 g	0,2 m				
	8,75.....	225±			8,2 p	7,4 g											
	Avril	11,86 M...	135±	9,3 p	8,6 p	7,9 g	6,4 m	5,7 m									
	Mai.	16,98 A...	30±	9,0 g	8,7 g	7,4 g	6,6 p			3,0 m			0,6 p		1,8 p	2,7 p	
	Oct.	15,77 A...	270±	9,0 m	8,2 m	7,4 g	6,5 p	5,3 m			2,2 p		0,5 p	0,4 m	1,8 m	2,8 m	3,6 m
	Sept.	21,69 M...	156±		8,3 p		6,8 p	5,9 m		3,4 m		1,0 m	0,8 m	0,7 p		2,5 p	
	Oct.	16,20 A...	180±			7,2 p	6,9 m	5,7 m		3,1 m	2,9 m						
	Déc.	8,57 V...	195±	9,1 p	8,1 m	7,8 g	6,1 p	5,5 p		3,4 m	2,9 m						
	25,75 V...	330±		9,5 p	8,4 m	7,6 m	6,4 m	5,8 g	4,6 m	3,3 m	2,9 p						
1919.	Janv.	3,85 A...	210±				6,8 g		4,1 p	3,7 m		1,5 p				2,2 p	4,7 p
	4,81 V...	195±		9,1 g	8,4 m		6,9 m	5,2 p	4,9 p		2,2 p					2,8 g	
	Mars	20,92 V...	285±	9,7 g		7,6 m	6,5 m	5,6 p	4,1 p				0,4 p	1,1 m			
	Mai.	2,73 V...	75±	9,7 p	8,4 m	7,7 m	6,4 m			3,4 g	2,7 m						
	Oct.	11,30 G...	195±													2,8 g	3,8 g
	11,72.....	180±			8,5 m	7,3 g	6,9 g	5,7 m		3,5 m	2,1 m						
	Sept.	19,79 A...	30±			6,7 p	4,4 p			3,1 p		4,7 g	0,7 g	0,5 m	1,6 g		
	Oct.	5,71 A...	180±			6,6 p				2,3 p		1,7 p	0,7 g	1,9 p			4,2 m

relevés bien connus de Greenwich, qui donnent la surface des taches et facules. Or, pour les orages dont les résidus principaux sont compris entre $+9$ et $+3$, en général la surface totale des taches et celle des facules sont en croissance avant et pendant l'orage; pour les autres orages (résidus entre $+2$ et -4), il y a au contraire décroissance. Mais le relevé de Greenwich est incomplet pour les facules; il ne donne pas leur éclat ni les facules du centre qui sont les plus importantes. J'ai pu combler la lacune pour les trois derniers trimestres de 1919, en consultant les cartes synoptiques de l'atmosphère solaire établies à Meudon par d'Azambuja avec une subvention internationale. Au moment où les orages de mai et août 1919 ont atteint la Terre, les facules étaient croissantes et bien développées au centre; avec les deux orages suivants, on a exactement l'inverse. On peut admettre que la vitesse des particules décroît avec l'activité de l'astre dans le sens indiqué; plusieurs de ces particules ont dans les divers orages la même vitesse, exactement comme si elles étaient émises par les mêmes corps radioactifs, mélangés parfois dans des proportions différentes.

Cependant les particules émises ne sont pas toujours des électrons; les volcans solaires rejettent certainement aussi des noyaux positifs qui, il est vrai, étant peu pénétrants, sont arrêtés d'abord par l'atmosphère; mais, lorsque les charges positives autour du volcan sont devenues très fortes, elles peuvent s'éloigner du Soleil et arriver jusqu'à la Terre, mélangées avec des essaims d'électrons qui proviennent d'autres volcans. Il est probable que plusieurs pointes, en particulier parmi celles à résidu négatif, sont dues à des particules positives. Pour décider sur tous ces points, je propose une étude complète et simultanée des aurores polaires et par les méthodes nouvelles qu'ont employées si bien Störmer, Vegard et Krogness. La couleur de l'aurore et sa pénétration dans l'atmosphère varient en effet avec la nature et la vitesse des particules.

II. Le rayonnement corpusculaire du Soleil a des variations périodiques, liées au refroidissement de l'astre ou à l'échauffement par les corps radioactifs du noyau. Il arrive plus ou moins diminué jusqu'à la Terre et lui impose ses variations, après avoir traversé la surface et l'atmosphère de l'astre. Il doit en passant faire naître les taches et facules de la surface, qui ont des variations parallèles. Les particules électrisées qui s'élèvent dans le Soleil sont déviées par le champ magnétique dans une direction perpendiculaire au méridien; d'où les déplacements brusques des taches, facules ou filaments et les durées de rotation sur la surface variables avec la latitude. Les taches sont dues à la rotation de particules de même signe autour

d'un groupe de particules qui ont le signe opposé. Pour les facules, j'ai pensé aussi à la diffusion dans l'atmosphère basse d'émanations radio-actives lourdes, dont la période propre aurait une influence. Tous les phénomènes du Soleil sont sous la dépendance des rayonnements émis par ses couches profondes.

BOTANIQUE. — *Essai d'une théorie de la cure d'altitude.*

Note de M. J. COSTANTIN.

La cure d'altitude ⁽¹⁾, qui entraîne des résultats si importants au point de vue pratique, est aussi un fait biologique à éclaircir; elle a été trouvée empiriquement, il faut rechercher la raison de son efficacité inexploitée.

Analogies avec les maladies de la dégénérescence. — 1° Les ressemblances du Séreh et des maladies de la dégénérescence n'ont pas échappé à M. Quanjér, spécialiste dans l'étude de ces délicates maladies. 2° L'existence du type IV du Séreh est un argument : combattue par le traitement d'altitude, cette maladie se trahit par une nécrose libérienne (comme dans l'enroulement de la Pomme de terre). 3° Récemment, en 1925, M. E. Marchal, a voulu identifier la mosaïque de la Canne (maladie de la dégénérescence) avec le Séreh. Je suis d'avis que l'identification est excessive, mais les analogies sont manifestes.

Action du climat montagnard. — Le climat de la montagne agit pour régénérer la Canne par divers facteurs : froid, diminution de pression, rayons ultraviolets, etc. Il lui donne de la *rusticité*.

Cette conception s'applique aussi à la Pomme de terre qui, à l'état sauvage, habite les Andes à 4000^m d'altitude. Transportée en Algérie, elle dégénère la deuxième année, tout de suite à l'Équateur. Rusticité c'est l'ensemble des qualités correspondant à la vie sauvage, avant l'intervention de l'homme. La culture rompt l'équilibre ancestral; elle agit par le changement de pays, par le travail du sol qui supprime la lutte contre les plantes différentes, par les engrais, etc. Quand la plante a dégénéré en Algérie par une année de culture, que faut-il faire pour qu'elle se rétablisse? Lui donner de la rusticité en la transportant dans le nord (France, Hollande). Pour la Pomme de terre, plante montagnarde, il est étonnant que l'on n'ait pas songé plus tôt systématiquement que la vie alpestre doit être efficace de façon à faire de la cure d'altitude une technique agricole pour combattre la dégénérescence.

Quelque chose de semblable doit se passer pour la Canne, bien que sa patrie originelle soit moins bien connue.

⁽¹⁾ *Comptes rendus*, 184, 1927, p. 1385.

Si le traitement par l'altitude a été si efficace pour cette dernière plante, c'est évidemment que le climat des montagnes lui convient particulièrement. Cette manière de voir se trouve renforcée par les propriétés des Cannes sauvages (*Chunnee* des premiers contreforts de l'Himalaya, *Kassoer* du mont Tjérémé à Java) : elles résistent au froid et leur rusticité entraîne la résistance à la maladie. Le parallélisme que l'on observe entre l'action de l'altitude sur les Cannes de Java pour lutter contre le Séreh et la résistance innée des types alpestres n'est pas un fait accidentel. C'est le climat montagnard qui agit de la même manière dans les deux cas : en infusant aux Cannes javanaises une résistance *faible et passagère*, en donnant aux Cannes *Chunnee* et *Kassoer* une résistance *forte et permanente*.

Rôle des mycorhizes. — Aux remarques qui viennent d'être faites, doivent s'ajouter celles qui découlent de la considération des mycorhizes, qui ont été découvertes dans les deux plantes précédentes.

1° Pour la Pomme de terre, ces mycorhizes s'observent dans la plante des Andes (*Solanum Maglia*). Par suite de la multiplication par tubercules en culture, elle perd ses Champignons de racines. Une antinomie se manifeste ici. D'après la théorie de Noël Bernard la tubérisation est due aux Champignons (théorie fondée sur l'anatomie comparée et les expériences : Orchidées, *Cattleya*, *Blettilla*, prothalles de *Lycopodium*; elle s'appuie maintenant sur les expériences de M. Magrou); or la plante cultivée dépourvue de mycorhizes a des tubercules énormes. Selon moi, c'est de l'hérédité acquise qui entre en jeu : les tubercules se forment, bien que l'agent qui les fait normalement apparaître soit absent. C'est qu'alors un agent extérieur intervient qui se substitue aux mycorhizes : froid (Vöchting), pression osmotique (expériences de Noël Bernard sur les germinations asymbiotiques et sur la production des tubercules aériens de la Pomme de terre) (1). Un Champignon autre que celui des mycorhizes peut accidentellement les remplacer (*Fusarium*, expériences de Noël Bernard et de M. Jumelle). Dans ces divers cas, le succès est plus aléatoire, moins rapide. Cela s'explique aisément : depuis des siècles, les mycorhizes du *Solanum Maglia* sont habituées à leur travail; elles accomplissent leur besogne avec certitude, d'autant mieux que les conditions climatiques montagnardes agissent dans le même sens qu'elles.

2° Pour la Canne à sucre, c'est la même chose. Le bouturage des tiges lui fait perdre les mycorhizes. Quant aux Cannes sauvages montagnardes leur rusticité est liée à leur résistance au Séreh, c'est-à-dire en connexion avec la vie ancestrale et les conditions naturelles de la plante.

L'étude que nous avons entreprise, M. Magrou et moi (2), et que nous poursuivons nous a conduit à vérifier la très grande importance des Champignons des fines racines des plantes alpestres.

(1) On sait que les Champignons agissent en augmentant la pression osmotique, le froid agit de la même manière.

(2) *Comptes rendus*, 182, 1926, p. 26.

Une étude, dont j'ai publié récemment les résultats, sur le genre *Lycopodium* ⁽¹⁾ renforce cette opinion, car elle m'a révélé le caractère franchement montagnard de tout ce genre, dont le rôle a été si capital dans l'histoire de l'édification de la théorie de la symbiose par Treub. On ne soupçonne pas, en lisant les beaux mémoires de ce savant, que les caractères qu'il a trouvés chez les espèces javanaises équatoriales découlent de leur origine montagnarde.

Une plante asymbiotique n'est pas une plante malade, ni une plante monstrueuse, mais c'est une plante anormale si l'on admet que, dans les conditions naturelles de vie, le Champignon des racines est toujours présent. Sans mycorhizes, le végétal évoluera régulièrement tant que l'élan héréditaire sera suffisant pour le soutenir. Si, par un hasard heureux, les conditions physico-chimiques ambiantes opèrent dans le même sens que le facteur mycorhizien (climat alpestre, froid, pression osmotique), il suivra un développement régulier. Si le milieu extérieur, sans être nuisible, n'est pas favorable, la croissance sera arrêtée au stade végétatif (*Psilotum* indéfiniment sans sporange, Orchidées de serres ayant un grand retard de floraison, pouvant rester trente années stériles; Canne à sucre sans flèche, etc.). Enfin, il pourra arriver que la plante asymbiotique soit ébranlée fortement par des causes diverses : changement de climat trop grand (Pomme de terre en Algérie et surtout à l'équateur), causes secondaires [piqûre d'un Puceron ⁽²⁾, sécheresse excessive qui tue les mycorhizes rendant la plante asymbiotique par exemple], elle dégénérera ou même pourra mourir brusquement. Elle succombera à ces affections variées appelées maladies de la dégénérescence. Il n'est pas étonnant de constater, d'après cela, que le traitement alpestre puisse lui redonner de la rusticité et de la résistance à la maladie.

⁽¹⁾ *Bull. du Muséum*, 32, 27 novembre 1926, p. 416.

⁽²⁾ Une Bactérie peut être aussi une cause secondaire, par exemple, dans le cas de la gommose (*Pseudomonas vascularum*) : on a constaté dans ce cas, en Australie, que le traitement d'altitude pouvait agir (M. Easterby). Les expériences de vérifications ont été, il est vrai, peu nombreuses : il sera important de les renouveler. On sera probablement amené ainsi à élargir la notion de la dégénérescence.

CATALYSE. — *Sur l'inversion du rôle des catalyseurs.*Note ⁽¹⁾ de M. PAUL SABATIER.

Les phénomènes de catalyse peuvent être facilement interprétés par la formation, à partir du catalyseur et de l'un des constituants du système transformable, d'un composé temporaire, produit très vite et réagissant aussitôt sur les autres facteurs du système, en régénérant le catalyseur, qui recommence indéfiniment le même effet. Cette explication s'applique aussi bien aux catalyses en systèmes homogènes qu'à celles réalisées par des solides pulvérulents, la formation temporaire étant peut-être, dans ce dernier cas, au lieu d'un composé défini, une adsorption des molécules gazeuses par la surface des grains du catalyseur, corrélative à la séparation des ions de ces molécules. Dans beaucoup de cas (tels que la chloruration directe des corps organiques, la préparation d'oxyde d'éthyle à partir de l'alcool, celle de l'acétone à partir de l'acide acétique), la combinaison intermédiaire formée avec le catalyseur, peut être isolée, et son rôle ne saurait être mis en doute ⁽²⁾. Mais le plus souvent le composé temporaire ne peut être aperçu : c'est par un raisonnement d'induction qu'on est conduit à admettre qu'il existe.

Quoi qu'il en soit, qu'il s'agisse d'une véritable combinaison, ou seulement d'un support d'activation des molécules, on peut prévoir que cette formation intermédiaire fournie par le catalyseur sera généralement identique pour les deux réactions inverses fournies par un système chimique, et que par conséquent les catalyseurs seront fréquemment capables d'agir sur ce système dans deux sens opposés, selon les conditions où l'on se place.

Ainsi, le nickel divisé, en présence d'hydrogène libre, constitue un catalyseur très actif d'hydrogénation directe des molécules organiques et l'on peut l'expliquer en admettant la formation temporaire d'un hydrure tel que NiH^2 , ou d'un produit d'absorption, capables de céder facilement et très vite des atomes d'hydrogène à une matière apte à les recevoir. La benzine C^6H^6 fixe de la sorte 6 atomes d'hydrogène et se change en cyclohexane C^6H^{12} . C'est ce qui a lieu sans complications au-dessous de 180° , en présence d'un excès d'hydrogène. Mais si la température surpasse 300° , le

⁽¹⁾ Séance du 27 juin 1927.

⁽²⁾ P. SABATIER, *La catalyse en Chimie organique*, 2^e édit., 1920, p. 55.

cyclohexane cesse d'être stable et les atomes d'hydrogène peuvent s'en dégager, lentement s'il n'y a rien pour les aider, très vite s'il y a du nickel divisé, capable de les fixer pour les dégager aussitôt sous forme d'hydrogène moléculaire. Le nickel sera donc un catalyseur de déshydrogénation.

En réalité, la réaction du benzène sur l'hydrogène est une réaction limitée, où la présence du nickel divisé amène rapidement à la limite, celle-ci étant voisine de la formation totale du cyclohexane quand on opère au-dessous de 180° dans un excès d'hydrogène, et au contraire voisine du maintien intégral du benzène si l'on opère à 300° et sous une faible pression d'hydrogène.

Effectivement les catalyseurs hydrogénants (nickel, cobalt, fer, cuivre, platine) sont aussi catalyseurs déshydrogénants, comme on le vérifie dans beaucoup de cas (alcools primaires ramenés sur le cuivre vers 250° à l'état d'aldéhydes; amines $C^nH^{2n+1}CH^2NH^2$, ramenées sur le nickel vers 300° à l'état de nitriles; composés hydrocycliques, tels que cyclohexanol, tétrahydronaphtaline, hydrures d'anthracène, pipéridine, etc., ramenés sur le nickel vers 300° , au phénol, à la naphthaline, à l'anthracène, à la pyridine, etc.).

De même, les catalyseurs d'oxydation (platine, argent, oxydes métalliques) sont aussi des catalyseurs d'élimination d'oxygène: on sait que leur présence accélère énormément le dégagement de ce gaz dans l'eau oxygénée, le chlorate de potassium fondu, les solutions d'hypochlorites.

D'ailleurs on a reconnu depuis longtemps que dans les réactions organiques, les mêmes agents (acide sulfurique, acide chlorhydrique) catalysent à la fois les réactions d'hydratation (saponification des éthers-sels; hydratation des acétals, des glucosides, des oximes, des nitriles; transformations en alcools des carbures éthyléniques), et les réactions de déshydratation (éthérifications, crotonisation des aldéhydes, polymérisation de l'acétone, etc.).

Le dédoublement des alcools primaires forméniques, effectué par la chaleur seule, vers 350° , conduit à deux réactions distinctes simultanées :

Une déshydrogénation donnant l'aldéhyde, une déshydratation donnant le carbure éthylénique.

J'ai montré, avec M. Mailhe (1), que l'emploi d'oxydes catalyseurs irréductibles facilite beaucoup ce dédoublement et l'oriente selon des modes qui varient avec la nature de ces oxydes. Quelques-uns (thorine, alumine, oxyde

(1) PAUL SABATIER et A. MAILHE, *Ann. Chim. Phys.*, 8^e série, 20, 1910, p. 289.

bleu de tungstène) sont à peu près exclusivement déshydratants. Au contraire, l'oxyde manganéux MnO est déshydrogénant à la manière des métaux (cuivre, nickel, etc.) et des oxydes réductibles.

Les autres oxydes produisent simultanément les deux effets, mais les distribuent d'une manière très inégale : les uns sont surtout déshydrogénants, comme l'oxyde de zinc qui à 350° , avec l'éthanol, donne 95 pour 100 de déshydrogénation, et 5 pour 100 seulement de déshydratation, tandis que d'autres, oxyde chromique Cr_2O_3 , silice, sont surtout déshydratants, et que les deux effets s'équivalent pour la glucine ou la zirconie.

Ceci montre que presque tous les oxydes sont des catalyseurs de déshydrogénation, mais leur activité comme tels est bien inférieure à celle des métaux divisés, tels que le cuivre obtenu par réduction de l'oxyde à température peu élevée. La comparaison, vis-à-vis de l'alcool éthylique, indique à surfaces égales, pour l'oxyde manganéux, une activité 30 fois moindre que celle du cuivre; pour l'oxyde de zinc, un pouvoir 20 fois plus faible; pour l'oxyde de zirconium, au moins 100 fois plus petit.

D'après ce qui a été dit plus haut, il est permis de penser que ces oxydes, catalyseurs de déshydrogénation, devront pouvoir aussi être catalyseurs d'hydrogénation à la manière des métaux, mais avec une activité beaucoup moindre.

J'ai montré avec M. Senderens ⁽¹⁾ que le nickel divisé agissant vers 180° sur les mélanges d'oxyde de carbone et d'hydrogène fournit exclusivement du méthane CH_4 en dépassant le stade méthanal, puis le stade méthanol, que nous avions espéré réaliser. Pour s'arrêter à l'alcool, sans atteindre le méthane, il fallait sans doute s'adresser à un catalyseur beaucoup plus modéré que le nickel, et compenser l'élévation de la température, sans doute nécessaire, par un accroissement important de la pression, afin de stabiliser le méthanol et d'empêcher son dédoublement en oxyde de carbone et hydrogène. C'est ce qui a été réalisé par M. G. Patart ⁽²⁾ en employant comme catalyseur l'oxyde de zinc, à 400° sous une pression de 150 à 250 atmosphères, et qui a pu ainsi atteindre une synthèse régulière de l'alcool méthylique.

On peut d'ailleurs dans plusieurs cas, ainsi que j'aurai l'honneur de l'indiquer dans une prochaine Note, employer, même sous la pression ordinaire, l'oxyde manganéux ou l'oxyde de zinc, pour catalyser certaines hydrogénations.

(1) PAUL SABATIER et SENDERENS, *Comptes rendus*, 134, 1902, p. 514 et 680.

(2) G. PATART, *Comptes rendus*, 179, 1924, p. 1330.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur l'intégration de l'équation aux dérivées partielles du second ordre linéaire en r, s, t , dans le cas où les coefficients de ces trois dérivées ne dépendent que des variables x, y .* Note ⁽¹⁾ de M. **RIQUIER**.

La présente Note a pour objet de généraliser et de compléter un résultat antérieur.

Les fonctions $A(x, y)$, $B(x, y)$, $C(x, y)$, $f(x, y, z, p, q)$ étant supposées analytiques, on considère l'équation aux dérivées partielles du second ordre

$$(1) \quad A(x, y)r + 2B(x, y)s + C(x, y)t = f(x, y, z, p, q) :$$

si l'expression $AC - B^2$ est différente de zéro, l'équation (1) peut être intégrée complètement, c'est-à-dire avec deux fonctions arbitraires d'une variable; si $AC - B^2$ est identiquement nul, l'équation (1) peut être intégrée incomplètement, c'est-à-dire avec une seule fonction arbitraire.

Cette propriété résulte du rapprochement des trois faits suivants :

I. L'équation

$$(2) \quad s = F(x, y, z, p, q)$$

peut être intégrée complètement ⁽²⁾.

II. L'équation

$$(3) \quad r = H(x, y, z, p, q)$$

peut être intégrée incomplètement.

Considérons une fonction z de x, y définie, conjointement avec ses deux dérivées premières p, q , par le système des relations

$$(4) \quad z = qy + px + \lambda(p, q) + ay + b,$$

$$(5) \quad 0 = y + \frac{\partial \lambda}{\partial q} + a,$$

$$(6) \quad 0 = x + \frac{\partial \lambda}{\partial p},$$

où la fonction $\lambda(p, q)$ et les constantes a, b sont quelconques, sous la

⁽¹⁾ Séance du 27 juin 1927.

⁽²⁾ *Comptes rendus*, 183, 1926, p. 1076; 184, 1927, p. 1507.

seule restriction que les relations (5) et (6) puissent être résolues par rapport à p et q conformément au principe général des fonctions implicites. Pour exprimer que la fonction z et ses deux dérivées premières p, q vérifient l'équation $r = H(x, y, z, p, q)$ ou

$$(7) \quad \frac{\partial p}{\partial x} = H(x, y, z, p, q),$$

il suffit de calculer par la règle des fonctions implicites la valeur de $\frac{\partial p}{\partial x}$, et de la porter dans l'équation (7), ce qui donne

$$\frac{\partial^2 \lambda}{\partial p^2} \frac{\partial^2 \lambda}{\partial q^2} - \left(\frac{\partial^2 \lambda}{\partial p \partial q} \right)^2 + \frac{1}{H(x, y, z, p, q)} \frac{\partial^2 \lambda}{\partial q^2} = 0.$$

Cette dernière relation devra, après substitution à z, p, q de leurs valeurs tirées de (4), (5), (6), être satisfaite quels que soient x et y ; ou, ce qui revient au même, elle devra, après substitution à x, y, z de leurs valeurs tirées des mêmes équations, être satisfaite quels que soient p et q . Si, dans la relation résultante, on suppose connues les constantes a et b , on obtient l'équation aux dérivées partielles

$$(8) \quad \frac{\partial^2 \lambda}{\partial p^2} \frac{\partial^2 \lambda}{\partial q^2} - \left(\frac{\partial^2 \lambda}{\partial p \partial q} \right)^2 + K \left(p, q, \lambda, \frac{\partial \lambda}{\partial p}, \frac{\partial \lambda}{\partial q} \right) \frac{\partial^2 \lambda}{\partial q^2} = 0,$$

impliquant la fonction inconnue λ des variables indépendantes p, q , et où K désigne une composante connue. Or, l'équation (8) est de même forme que l'équation

$$(9) \quad rt - s^2 + M(x, y, z, p, q) r = 0,$$

où $x, y, z, p, q, r, s, t, M$ se trouveraient remplacés respectivement par $q, p, \lambda, \frac{\partial \lambda}{\partial q}, \frac{\partial \lambda}{\partial p}, \frac{\partial^2 \lambda}{\partial q^2}, \frac{\partial^2 \lambda}{\partial q \partial p}, \frac{\partial^2 \lambda}{\partial p^2}, K$; d'ailleurs, ainsi que nous l'avons fait observer dans une Note récente ⁽¹⁾, l'équation (9) peut être intégrée incomplètement.

En conséquence, les constantes a et b étant choisies arbitrairement, on pourra, en vue de l'intégration incomplète de l'équation (8), former une équation du premier ordre, impliquant, comme elle, la fonction inconnue λ des variables indépendantes p, q , et dont l'équation (8) soit, au point de vue de l'intégration, une conséquence nécessaire; cette équation du premier ordre, résoluble par rapport à $\frac{\partial \lambda}{\partial q}$, sera ensuite intégrée avec la condition

(1) *Comptes rendus*, 184, 1927, p. 1507.

initiale, arbitrairement choisie,

$$\lambda = \rho(p) \quad \text{pour} \quad q = \text{une valeur numérique donnée.}$$

La fonction résultante $\lambda(p, q)$, qui vérifie l'équation (8), se trouvera ainsi dépendre : 1° du choix des constantes arbitraires a, b ; 2° les constantes a, b étant fixées, du choix de la fonction arbitraire $\rho(p)$. Et il en sera de même pour la fonction z des variables x, y définie, conjointement avec p et q , par les relations (4), (5), (6).

III. A l'aide d'un changement de variables défini par des formules dont la construction n'exige que l'intégration d'équations différentielles ordinaires, l'équation (1) peut être ramenée à la forme (2) si $AC - B^2$ est différent de zéro, et à la forme (3) si $AC - B^2$ est identiquement nul.

Premier cas : $AC - B^2 \neq 0$. — Si A et C sont à la fois identiquement nuls, B est différent de zéro, et l'équation (1) a d'elle-même la forme (2). Si quelqu'une des fonctions A et C , par exemple A , est différente de zéro, opérons sur l'équation (1) le changement de variables, provisoirement indéterminé, $x' = \varphi(x, y)$, $y' = \psi(x, y)$, et désignons par p', q', r', s', t' les nouvelles dérivées premières et secondes de l'inconnue z ; en écrivant que l'équation transformée ne contient ni r' , ni t' , on obtient deux relations qui assujettissent les rapports $\frac{\varphi'_x}{\varphi'_y}, \frac{\psi'_x}{\psi'_y}$ à vérifier l'équation quadratique

$$AU^2 + 2BU + C = 0 :$$

les racines de cette équation étant distinctes, on pourra assigner pour φ, ψ un couple de fonctions dont le déterminant différentiel soit différent de zéro.

Deuxième cas : $AC - B^2 = 0$ (identiquement). — Les deux fonctions A et C ne peuvent être à la fois identiquement nulles, car alors B le serait aussi ; supposons, par exemple, $A \neq 0$. En écrivant que l'équation transformée de (1) ne contient ni s' , ni t' , on obtient les deux relations

$$(10) \quad A \left(\frac{\psi'_x}{\psi'_y} \right)^2 + 2B \frac{\psi'_x}{\psi'_y} + C = 0,$$

$$(11) \quad A \frac{\psi'_x}{\psi'_y} \frac{\varphi'_x}{\varphi'_y} + B \left(\frac{\psi'_x}{\psi'_y} + \frac{\varphi'_x}{\varphi'_y} \right) + C = 0 :$$

l'équation (10), quadratique en $\frac{\psi'_x}{\psi'_y}$, admettant la racine unique $-\frac{B}{A}$, et celle-ci, transportée dans l'équation (11), la vérifiant identiquement, on pourra, comme dans le premier cas (et avec un degré de généralité plus grand), assigner pour φ, ψ un couple de fonctions dont le déterminant différentiel soit différent de zéro.

CHRONOMÉTRIE. — *Sur le maximum d'isochronisme aujourd'hui réalisable par des organes réglants élastiques.* Note ⁽¹⁾ de M. **JULES ANDRADE.**

I. Sur le problème objet de cette Note j'avais cru, dans une Note du 3 novembre 1925, pouvoir prononcer le dernier mot sur l'approximation visée; cette Note associait un premier spiral unique de fabrication dextrorsum, mais subdivisé en quatre portions successives avec un second spiral quadruple, mais dérivant du précédent par une simple symétrie exécutée par un même plan transverse de symétrie, et j'ai décrit les effets de cette association.

II. Aujourd'hui je peux aller plus loin, après m'être renseigné sur une question préalable que j'avais posée à un technicien de haute valeur. A quelle approximation, avais-je demandé, pouvez-vous compter sur l'équivalence des effets mécaniques d'un spiral dextrorsum et des effets d'un spiral sinistrorsum, les deux spiraux non superposables étant toutefois obtenus ensemble, dans des fabrications aussi comparables que possible? Réponse : l'accord peut être réalisé au centième relatif, mais guère au delà.

III. Muni de ces renseignements, je peux aujourd'hui signaler ce résultat intéressant. Ayant constitué ce premier octuple, répétons-le à une nouvelle hauteur, mais après avoir modifié son orientation par une rotation d'un demi-tour; nous obtenons alors ce résultat nouveau :

Les couples longitudinaux d'appui de l'axe se compensent alors, et le couple d'appui du premier et du second octuple se réduisent ensemble au centième de leurs valeurs primitives à peu près égales. Je préciserai ultérieurement l'approximation qui en résulte pour ces horloges élastiques.

M. **CH. FABRY** fait hommage à l'Académie d'un ouvrage qu'il vient de publier sous le titre : *Introduction générale à la photométrie*, et s'exprime en ces termes :

Les mesures d'intensités des rayonnements ont pris, aussi bien du point de vue de la science pure qu'en ce qui concerne les applications, une importance de premier ordre. Qu'il s'agisse de l'étude des rayonnements en vue des progrès de la théorie, des applications de la spectroscopie à la physique céleste, de l'emploi des radiations en photochimie, en photographie ou en thérapeutique, de la technique des rayons X ou simplement de l'art de l'éclairage, on se trouve tout d'abord en présence du problème

(¹) Séance du 27 juin 1927.

de la mesure des intensités des radiations qui composent un rayonnement. Les méthodes utilisables pour résoudre ce problème se sont, dans ces dernières années, largement diversifiées, en même temps que l'on améliorerait peu à peu la nomenclature, les unités et les étalons. La « photométrie », dans le sens généralisé de ce mot, est devenue une science très étendue, qui utilise à peu près toutes les propriétés connues des radiations. Il m'a semblé qu'il serait utile de rassembler tout ce qui concerne les mesures de rayonnements dans une série d'ouvrages, écrits chacun par une personne particulièrement qualifiée, formant ensemble une « encyclopédie photométrique ». Pour réaliser ce programme j'ai pu, avec le concours de M. G. Guadet, grouper un certain nombre de collaborateurs dont chacun s'est chargé de rédiger un des volumes ou des fascicules de la collection.

Le volume que je présente à l'Académie est une introduction à cette encyclopédie ; il contient les définitions et l'exposé des principes qui sont à la base de toutes mesures de rayonnements.

M. **CHARLES LALLEMAND** présente à l'Académie la *relation du voyage d'Europe en Amérique par le pôle Nord de ROALD AMUNDSEN et LINCOLN ELLSWORTH*, établie par **CHARLES RABOT**.

NOMINATIONS.

MM. **H. LECOMTE** et **ÉMILE BOREL** sont désignés pour représenter l'Académie à l'inauguration du monument élevé par la Société des Sciences, Lettres et Arts de l'Aveyron à la mémoire du botaniste **HIPPOLYTE COSTE**, à Saint-Paul-des-Ponts, le 16 août 1927.

ÉLECTIONS.

Par la majorité absolue des suffrages, MM. **H. DESLANDRES** et **H. LE CHATELIER** sont réélus membres du *Conseil de perfectionnement de l'École Polytechnique* pour l'année scolaire 1927-1928.

CORRESPONDANCE.

M. **L. TORRES QUEVEDO**, élu Associé étranger, adresse des remerciements à l'Académie.

M. le **SECRÉTAIRE PERPÉTUEL** signale, parmi les pièces imprimées de la Correspondance :

1° JACQUES RUEFF. *Théorie des phénomènes monétaires. Statique.* (Présenté par M. Émile Borel.)

2° *Contribution à l'étiologie du cancer*, par G. LAKHOVSKY. (Présenté par M. A. d'Arsonval.)

3° *Voyage zoologique d'HENRI GADEAU DE KERVILLE en Syrie* (avril-juin 1908). Tome premier : *Récit du voyage. Liste méthodique des animaux récoltés et mémoires sur des animaux invertébrés.*

GÉOMÉTRIE INFINITÉSIMALE. — *Sur les fonctions analytiques et la déformation du paraboløide de révolution.* Note de M. J. LEBEL, présentée par M. Hadamard.

I. On peut appeler *surface harmonique* une surface (S) dont la cote $z = X(x, y)$ est une fonction $X(x, y)$ harmonique, et rapprocher les propriétés de ces surfaces de celles des surfaces minima, ce qui se présente dans l'espace pour ces dernières ayant lieu, pour les surfaces harmoniques, en projection sur le plan des xy . C'est ainsi que la fonction X et sa conjuguée fournissent deux surfaces ayant une certaine analogie avec des surfaces minima adjointes entre elles ; qu'on peut, plus généralement, former des familles analogues aux surfaces minima associées, etc.

II. Cela posé, soit $X - Yi$ une fonction analytique de $x + yi$. Les équations $z = X(x, y)$, $\bar{z} = Y(x, y)$ représentent deux surfaces harmoniques (S) et (\bar{S}) adjointes. Nous allons établir que la surface (\bar{S}) fait connaître une déformation infiniment petite de (S) qui n'exige que des quadratures.

En effet, à chaque point $M(x, y, z)$ de (S) nous allons faire correspondre un point $N(x_1, y_1, z_1)$ d'une autre surface (S_1) telle que l'on ait

$$dx dx_1 + dy dy_1 + dz dz_1 = 0,$$

et nous montrerons qu'il est possible de choisir cette surface (S_1) de manière que la cote z_1 soit égale à $Y(x, y)$. En employant autant que possible la notation de Darboux dans sa théorie des douze surfaces, nous devons chercher trois fonctions a_1, b_1, c_1 de x et y telles que l'on ait

$$dx_1 = c_1 dy - b_1 dz, \quad dy_1 = a_1 dz - c_1 dx, \quad dz_1 = b_1 dx - a_1 dy.$$

Or, pour que z_1 ait la valeur prévue, il faut que $b_1 = -q$, $a_1 = -p$, et les conditions d'intégrabilité pour dx_1 et dy_1 conduiront, à une constante près, sans influence essentielle sur le résultat, à

$$c_1 = -\frac{1}{2}(p^2 + q^2).$$

Les coordonnées x_1 et y_1 seront alors définies par

$$\begin{aligned} 2dx_1 &= 2pq\,dx + (q^2 - p^2)\,dy = q(p\,dx + q\,dy) + p(q\,dx - p\,dy) = q\,dz - p\,dz_1 \\ 2dy_1 &= (q^2 - p^2)\,dx - 2pq\,dy = -p(p\,dx + q\,dy) - q(q\,dx - p\,dy) = -p\,dz - q\,dz_1 \end{aligned}$$

On pourra aussi exprimer facilement x et y en fonction de z et z_1 .

Rappelons (DARBOUX, 4, p. 10) que les surfaces (S) et (\bar{S}), par suite de l'association de (S) et (S_1), sont telles que les cylindres projetant sur xOy les asymptotiques de l'une découpent sur l'autre un réseau conjugué. Ces asymptotiques ont respectivement pour équations différentielles

$$r(dx^2 - dy^2) + 2s\,dx\,dy = 0, \quad s(dx^2 - dy^2) - 2r\,dx\,dy = 0.$$

Leurs projections se bissectent donc comme les représentations sphériques des asymptotiques d'une surface minima et de son adjointe.

Si nous essayons de compléter le groupe des douze surfaces relatif à notre déformation, nous aurons d'abord la surface $A_1(a_1, b_1, c_1)$ définie par

$$a_1 = -p, \quad b_1 = -q, \quad c_1 = -\frac{1}{2}(p^2 + q^2),$$

et dont l'équation est, par suite,

$$a_1^2 + b_1^2 + 2c_1 = 0.$$

On a ainsi un paraboloïde de révolution d'axe Oz et de sommet O . On constate déjà que *cette surface du groupe est indépendante de la fonction analytique d'où l'on est parti.*

Inversement, on peut revenir de la surface (S_1) (x_1, y_1, z_1) à la surface (S) (x, y, z). Posons $dz = p_1\,dx_1 + q_1\,dy_1$, d'où

$$2dz_1 = p_1(q\,dz - p\,dz_1) - q_1(p\,dz + q\,dz_1) = (p_1q - pq_1)\,dz - (pp_1 + qq_1)\,dz_1.$$

On est conduit, par identification, à écrire

$$\begin{aligned} p_1q - pq_1 &= 0, & pp_1 + qq_1 &= -2, \\ p_1 &= \frac{p}{c_1}, & q_1 &= \frac{q}{c_1}, & c &= \frac{1}{c_1} = -\frac{2}{p^2 + q^2} = -\frac{1}{2}(p_1^2 + q_1^2). \end{aligned}$$

On trouve ensuite, par différentiation,

$$\frac{1}{4}(p_1^2 + q_1^2)^2 r_1 = -\frac{1}{4}(p_1^2 + q_1^2)^2 t_1 = 4pqr(p^2 - q^2) - s[(p^2 - q^2)^2 - 4p^2 q^2],$$

z_1 est encore une fonction harmonique de x_1 et y_1 . Enfin x_1 et $-y_1$ sont des fonctions harmoniques adjointes de x et de y .

En sens inverse, on trouve la surface $A(a, b, c)$ telle que

$$dx = c dy_1 - b dz_1, \quad dy = a dz_1 - c dx_1, \quad dz = b dx_1 - a dy_1$$

avec

$$a = -p_1, \quad b = -q_1, \quad c = -\frac{1}{2}(p_1^2 + q_1^2).$$

L'équation $a^2 + b^2 + 2c = 0$ nous ramène au même parabolôide de révolution, mais sans correspondance identique des points.

De nos deux parabolôides, nous définirons encore deux déformations infiniment petites en considérant les deux surfaces (Σ) (X, Y, Z) et (Σ_1) (X_1, Y_1, Z_1) de Darboux pour la première desquelles, par exemple, on a

$$\begin{aligned} X &= x - cy_1 + bz, & Y &= y - az_1 + cx, & Z &= z - bx_1 + ay_1, \\ X_1 &= x_1 - c_1 y - b_1 z, & Y_1 &= y_1 - a_1 z + c_1 x, & Z_1 &= z_1 - b_1 x + a_1 y. \end{aligned}$$

Ainsi, en résumé :

1° Toute fonction analytique d'une variable complexe fait connaître, par de simples quadratures, un système de douze surfaces de Darboux comprenant toujours deux parabolôides de révolution égaux.

2° Cette fonction analytique fait connaître, par des quadratures, deux déformations infiniment petites du parabolôide de révolution.

Les projections de (S) et (S_1) sur xOy donnent deux tracés géographiques. Sur ces deux surfaces, les variables z et z_1 définissent deux familles de courbes orthogonales formées des lignes de niveau et des lignes de plus grande pente, etc.

THÉORIE DES FONCTIONS. — *Représentation d'une fonction sur un ensemble de saturation de mesure nulle.* Note de M. OCTAV ONICESCU, présentée par M. Émile Borel.

Nous avons défini ⁽¹⁾ l'ensemble ε de saturation d'une fonction génératrice $\varphi(M; P)$ et nous y avons indiqué une méthode pour trouver la

(1) *Comptes rendus*, 184, 1927, p. 733.

fonction-coefficient $\lambda(P)$ qui donne la représentation d'une fonction $f(M)$ dans la famille

$$\int_{\varepsilon} \lambda(P) \varphi(M; P) dP.$$

Nous y avons supposé ε mesurable et de mesure non nulle. Nous allons d'abord compléter les résultats déjà énoncés.

Soit $\varphi_1, \varphi_2, \dots, \varphi_n(M; P), \dots$ une suite infinie de fonctions qui tendent uniformément vers $\varphi(M; P)$, dans un domaine $D(M)$. Les ensembles de saturation respectifs, soient $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \dots, \varepsilon_n, \dots$ tendent vers l'ensemble de saturation ε de φ . Les solutions $\lambda_1(P), \lambda_2(P), \dots, \lambda_n(P) \dots$ des équations intégrales correspondantes

$$f(M) = \int_{\varepsilon_n} \lambda_n(P) \varphi_n(M; P) dP$$

tendent uniformément, dans D , et sous les conditions dans lesquelles nos méthodes de résolution ⁽¹⁾ sont applicables, vers une fonction $\lambda(P)$ qui est la solution de l'équation correspondant à la fonction génératrice limite et à son ensemble de saturation toutes les fois que cette équation a un sens déterminé.

Nous allons nous occuper dans la présente Note du cas où l'ensemble ε de saturation de $\varphi(M; P)$ est de mesure nulle et régulier au sens de M. Borel. L'ensemble ε peut être considéré comme formé par les points intérieurs à une suite d'ensembles de segments, dont la somme des mesures tend vers zéro. Soit ε_n le $n^{\text{ième}}$ ensemble de segments dont la mesure totale est σ_n ; si nous supposons encore que tous les ε_n sont compris dans l'intervalle $0, 1$, soient $\varphi(s)$ une fonction régulière dans cet intervalle et $\vartheta_n(s)$ la fonction caractéristique égale à 1 pour les points de l'ensemble ε_n et à zéro pour les points de l'ensemble complémentaire dans $0, 1$. Considérons le rapport

$$S_{\varepsilon_n} \varphi(s) = \frac{\int_0^1 \vartheta_n(s) \varphi(s) ds}{\int_0^1 \vartheta_n(s) ds}$$

dont le numérateur tend uniformément vers zéro avec le dénominateur $\sigma_n = \int_0^1 \vartheta_n(s) ds$, les deux étant en général du même ordre infinitésimal. A la limite ($n = \infty$) on a une opération de sommation bien déterminée sur

⁽¹⁾ *Comptes rendus*, 183, 1926, p. 1258, et 184, 1927, p. 365.

l'ensemble de mesure nulle ε ,

$$\mathbf{S}_{\varepsilon} \varphi(s) = \lim_{\varepsilon_n} \mathbf{S}_{\varepsilon_n} \varphi(s).$$

Cette limite dépend de la manière dont nous avons choisi la suite ε_n . Ainsi, par exemple, si ε se réduit à un nombre fini de points, la limite sera une moyenne quelconque des valeurs de $\varphi(s)$ sur les points de ε

$$\lambda_1 \varphi(s_1) + \lambda_2 \varphi(s_2) + \dots + \lambda_n \varphi(s_k)$$

avec

$$\lambda_1 + \lambda_2 + \dots + \lambda_k = 1.$$

Les coefficients λ_i dépendent du choix spécial fait sur les intervalles autour des points s_1, s_2, \dots, s_k . Si ε est constitué par une infinité dénombrable de points on trouvera une série convergente $\sum_{n=1}^{\infty} \lambda_n \varphi(s_n)$ à coefficients positifs et tels que $\sum_{n=1}^{\infty} \lambda_n = 1$.

Considérons maintenant la fonction génératrice $\varphi(x; s)$ et son ensemble de saturation ε , supposé de mesure nulle, comme limites respectivement d'une suite de fonctions $\varphi_n(x, s)$ dont les ensembles de saturation ε_n ont le caractère précédemment utilisé.

Chacune des équations

$$f(x) = \frac{1}{\sigma_n} \int_0^1 \lambda_n(s) \varphi_n(x; s) \mathfrak{P}_n(s) ds$$

a une solution $\lambda_n(s)$, unique et déterminée (par notre méthode), car l'intégration est effectivement effectuée sur l'ensemble ε_n qui reste ensemble de saturation aussi pour la fonction génératrice $\frac{1}{\sigma_n} \mathfrak{P}_n(s) \varphi_n(x; s)$.

Comme le second membre de l'équation précédente conserve un sens pour $n \rightarrow \infty$, en vertu du théorème énoncé au commencement de cette Note, la solution unique et déterminée (par notre méthode) de l'équation

$$f(s) = \mathbf{S}_{\varepsilon} \lambda(s) \varphi(x; s)$$

sera

$$\lambda(s) = \lim \lambda_n(s).$$

Il s'agit bien entendu de solution exacte, toutes les fois que cela est possible, de solution statistique dans les autres cas.

MÉCANIQUE RATIONNELLE. — *Impossibilité du mouvement à la Poinso*t pour une masse fluide hétérogène isolée. Note ⁽¹⁾ de M. A. VÉRONNET, transmise par M. Paul Appell.

M. P. Appell a démontré cette impossibilité dans le cas de l'équilibre relatif, pour une masse homogène, (*Traité de Mécanique rationnelle*, 4, XVI), puis dans une Note aux *Comptes rendus* (179, 1924, p. 119) pour une masse hétérogène, quand les forces appliquées dérivent d'une fonction de forces (et *Acta mathematica*, 42, 1926, p. 15-23). Je me propose de généraliser cette démonstration.

1° *Cas de l'équilibre relatif sans fonction de forces.* — La masse tourne tout d'une pièce, comme un corps solide. On considère l'équation hydrodynamique du mouvement, comme dans le cas étudié par M. Appell. On écrit la même condition générale d'intégrabilité, mais sans introduire l'hypothèse que la force dérive d'une fonction. On obtient l'expression linéaire suivante, qui détermine la variation p' , q' , r' de la vitesse de rotation p , q , r

$$(1) \quad Pp' + Qq' + Rr' = S.$$

Le premier membre est l'expression même de M. Appell, qui était nulle et qui ne l'est plus ici, mais égale à une fonction S qui dépend de la position du point et du temps, comme P , Q , R également. Cette relation doit être identiquement vérifiée par tous les points à chaque instant.

Or on a, pour déterminer p' , q' , r' , deux autres équations, déduites de la constance de la force vive h et de celle du moment cinétique H ,

$$2) \quad A pp' + B qq' + C rr' = 0, \quad A p^2 + B q^2 + C r^2 = h;$$

$$(3) \quad A^2 pp' + B^2 qq' + C^2 rr' = 0, \quad A^2 p^2 + B^2 q^2 + C^2 r^2 = H^2.$$

Ces trois équations forment un système linéaire dont la solution est

$$(4) \quad p' = \frac{D_1}{D} D = PBCqr(C-B) + QACrp(A-C) + RABpq(B-A),$$

D_1 est le premier terme de D , où l'on a remplacé P par S . Ou aura deux expressions analogues pour déterminer q' et r' .

Pour que l'équilibre relatif se conserve, il faut que la variation de la

(¹) Séance du 27 juin 1927.

vitesse de rotation p', q', r' soit la même pour tous les points à chaque instant, puisque la vitesse de rotation p, q, r est et doit rester la même pour tous.

Comme S est contenu dans D_1, D_2, D_3 , cette condition se ramène à

$$(5) \quad \frac{S}{D} = c, \quad S = cD,$$

c étant une constante, commune à tous les points de la masse, mais qui peut dépendre du temps. S et D dépendent du point x, y, z et du temps t avec P, Q, R . Cette expression représente donc une surface, déformable avec le temps. La condition est vérifiée seulement pour les points qui sont sur cette surface, à l'instant considéré. Elle ne peut pas l'être pour l'ensemble de la masse.

La conservation de l'équilibre est donc impossible, sauf toutefois si S est nul, alors p', q', r' le sont aussi et la rotation est invariable; ou bien si S et D sont nuls à la fois.

On retombe alors sur le cas étudié par M. Appell, où le second membre de (1) était nul aussi. La condition pour qu'il y ait des solutions non nulles du système, devenu homogène, est $D = 0$. Cette équation représente encore une surface déformable. La vitesse de rotation, si elle varie, ne peut rester la même que pour les points de cette surface. La seule solution est donc p', q', r' nuls et p, q, r constants. La rotation doit rester constante en grandeur et direction.

2° *Cas d'une masse en mouvement permanent avec rotation d'ensemble.* —

Dans l'hypothèse du mouvement permanent les couches d'égale densité intérieures et extérieures de la masse ne se déforment pas. Les vitesses et les accélérations en chaque point restent constantes. On peut lier des axes mobiles à la masse, comme pour un solide. On ne peut alors généraliser les équations d'Euler et les étendre à ce mouvement. On démontre que le moment cinétique relatif doit être nul, et les équations d'Euler prennent la même forme que pour un solide. On en déduit l'équation (2) par rapport aux axes mobiles. Le moment cinétique total et le mouvement cinétique d'entraînement sont constants, on en déduit encore l'équation (3).

Enfin dans les formules générales de l'hydrodynamique, il faut ajouter à l'accélération d'entraînement l'accélération relative et l'accélération de Coriolis. L'expression est un peu plus compliquée, mais donne une équation algébrique de la même forme que (1). On retrouve donc les trois mêmes équations algébriques que dans le cas précédent, pour déterminer p', q', r' et l'on en tire les mêmes conclusions.

3^e Cas du mouvement non permanent, mais qui conserve l'invariabilité géométrique des surfaces d'égale densité. — C'est le cas le plus général où l'on puisse encore lier à la masse des axes mobiles. Le moment cinétique relatif H_1, H_2, H_3 n'est plus nul. On obtient, au lieu de l'équation (2),

$$(6) \quad (Ap + H_1)p' + (Bq + H_2)q' + (Cr + H_3)r' = S_1$$

et une équation analogue, avec S_2 , au lieu de (3). L'équation (1) est conservée. Ces trois équations déterminent p', q', r' . La condition que ces valeurs soient les mêmes pour tous les points détermine de même, non plus une, mais trois surfaces distinctes, correspondant à chacune des valeurs p', q', r' . Les points situés à la fois sur ces trois surfaces, ou à leurs intersections, conservent seuls une même vitesse de rotation. La conservation du mouvement de rotation à la Poinsot, comme un solide, est impossible.

On démontre par ailleurs que ce troisième cas est irréalisable. Il ne peut y avoir conservation géométrique des surfaces, sans qu'il y ait en même temps mouvement permanent, c'est-à-dire conservation des vitesses et des accélérations.

MÉCANIQUE APPLIQUÉE. — *Sur la production des chocs dans les têtes de bielles.*

Note de M. **ANDRÉ PLANIOL**, présentée par M. G. Kœnigs.

Indépendamment des coups durs causés par les variations trop violentes de la pression du fluide évoluant, les moteurs à explosions sont fréquemment sujets à des chocs dus à l'inertie des pièces mobiles et ayant pour siège les différentes articulations, et particulièrement les têtes de bielles⁽¹⁾, pour lesquelles il est intéressant d'en rechercher les causes.

Considérons le système formé, dans une machine en mouvement uniforme, par le maneton de centre O' , tournant autour de l'axe O des tourillons de l'arbre-manivelle, et autour duquel se déplace la tête de bielle de centre O'' et de diamètre intérieur plus grand que celui du maneton, tandis que le centre B du pied de bielle se déplace suivant l'axe $O\gamma$ du cylindre; la différence ε des diamètres du maneton et de la tête de bielle constitue le jeu de cette dernière (ε est négligeable devant OO' et $O'B$).

Dans une étude basée sur la perception sensorielle de l'existence et de

(¹) On trouvera dans le *Traité des Machines marines* de L.-E. Bertin (p. 621) les principes d'une étude de ces phénomènes dans le cas, plus simple, des pieds de bielles des machines à vapeur à double effet.

l'intensité des chocs, une précision assez faible suffit pour rendre compte des résultats observés, et les simplifications usuelles dans les calculs d'embiellages sont parfaitement admissibles en la matière, les erreurs introduites étant trop faibles (quelques unités pour cent) pour amener des différences observables : la masse de la bielle sera donc considérée comme concentrée aux points $O''(M_1)$ et $B(M_2)$, et la réaction, que le piston de masse M et de surface S animé d'une accélération j , et soumis à une pression p , transmet à la bielle, sera, de même, regardée comme égale à sa projection sur l'axe $O''B$ de la bielle, en raison de la faible valeur de l'angle OBO'' dans les machines usuelles.

Il est évident que dans le système considéré les chocs ne peuvent prendre naissance que par une rupture de la liaison OO'' , ou tout au moins par un changement assez rapide de son état.

Or la réaction engendrée par cette liaison équilibre les forces suivantes :

1° Force appliquée à la bielle par le piston, dirigée suivant $O''B$, de sens quelconque et d'intensité $F_1 = pS - (M + M_2)j$;

2° Force centrifuge de la tête de bielle : direction OO'' , sens de O vers O'' , intensité $F_2 = M_1 \omega^2 OO''$;

3° Poids de la tête de bielle $p = M_1 g$. Cette dernière force est petite devant les deux précédentes ; la négligeant en première approximation, on voit que la rupture de liaison ne peut avoir lieu qu'aux points morts, et lorsque les forces F_1 et F_2 , qui ont alors même direction, y sont en même temps égales et opposées. La liaison subsiste en effet en tout autre point, ou lorsque ces conditions ne sont pas remplies.

Il suffit donc de disposer du diagramme de la machine, qui donne p en fonction de la position du piston, c'est-à-dire de celle du maneton, pour pouvoir calculer en tout point la réaction de liaison, puisque les masses et les accélérations sont connues.

J'ai effectué sur un moteur à gaz monocylindrique horizontal de 35 CV une série d'expériences, en vue de rechercher si les chocs apparaissent bien conformément à cette loi.

Pour les rendre plus nettement observables, j'ai porté le jeu ϵ à $0^{\text{mm}}, 10$, valeur double de la normale.

Malgré cela, la tête de bielle est restée parfaitement silencieuse et le mouvement très doux, à tous les régimes qui n'annulent pas la réaction de liaison au voisinage immédiat du point mort haut (P. M. H.), le seul auquel cela fût possible dans la machine essayée ; dans le cas contraire, des chocs violents se manifestent.

Serrant de plus près l'analyse de ce phénomène, j'ai observé que si l'on diminue progressivement, à partir de la marche à pleine charge, les pressions au P. M. H., les chocs apparaissent progressivement, passent par un maximum d'intensité, puis disparaissent.

Ce fait est d'autant plus remarquable que les pressions qui correspondent à la production des chocs sont de cinq à dix fois plus faibles qu'en marche à pleine charge, où le moteur reste silencieux bien que soumis des efforts très supérieurs.

La progressivité des variations de l'intensité des chocs s'explique lorsque l'on tient compte du poids de la tête de bielle, lequel s'exerce perpendiculairement à la direction des forces F_1 et F_2 (opposées au P. M. H.), puisque la machine est horizontale : la rupture de liaison ne peut donc être complète, la réaction ne s'annulant pas. Il se produit seulement un retournement très rapide de la réaction au passage du P. M. H. comme on peut le constater en traçant l'épure des forces pour une suite de positions de la manivelle voisines de ce point.

Ces expériences ont été faites à différentes vitesses et les chocs ont été d'autant plus violents que la vitesse était plus grande ; ils atteignaient généralement leur maximum, à une allure déterminée, pour une pression au P. M. H. un peu supérieure à celle qui égale les forces F_1 et F_2 , autant du moins que l'on peut en juger, l'appréciation du maximum d'intensité étant assez difficile, et, partant, incertaine.

A 205 t/min, par exemple, cette pression était de 3,6 kg/cm² au lieu de 3,3 kg/cm², ce qui correspond à un décalage de moins de 2 degrés avant le point mort. Les chocs font leur apparition lorsque la pression au P. M. H. atteint 5 kg/cm² et disparaissent vers 2,5 kg/cm², ce qui correspond à un déplacement d'une quinzaine de degrés pour la position du minimum de liaison, partie en avant, partie en arrière du P. M. H.

A ces régimes, l'épure complète des forces montre que la condition $F_1 = F_2$ est remplie quatre fois par cycle moteur, et l'expérience démontre que seule la coïncidence de cette égalité avec le point mort engendre les chocs, car les trois autres fois où les forces s'égalent, aucun bruit ne prend naissance malgré le jeu important de la tête de bielle : la vérification ainsi obtenue justifie donc bien les considérations théoriques qui m'ont conduit à entreprendre ces expériences.

MÉCANIQUE CÉLESTE. — *Sur la recherche des orbites périodiques.*

Note de M. P. FLATOU, présentée par M. Maurice Hamy.

Nous considérons, comme dans notre Note précédente ⁽¹⁾, le mouvement d'un point soumis à l'attraction newtonienne d'un centre O, avec un potentiel perturbateur $\varepsilon F(r, z^2)$, ε petite constante positive et $\frac{\partial F}{\partial(z^2)} < 0$; les nœuds de l'orbite ont alors un mouvement rétrograde ⁽²⁾. Si le mouvement est périodique, la période, multiple de celle de la révolution des nœuds, devient infinie avec $\frac{1}{\varepsilon}$: point facile à préciser à l'aide du lemme de Poincaré. Il s'ensuit que ces mouvements périodiques, s'ils existent, ne peuvent résulter de l'application immédiate des principes des *Méthodes nouvelles de la Mécanique céleste*. Mais on peut espérer les obtenir comme il suit : éliminons la longitude θ au moyen de l'équation des aires; nous obtenons un mouvement à deux degrés de liberté, les variables étant, par exemple, z et $\rho = \sqrt{r^2 - z^2}$, la fonction de forces la fonction initiale diminuée de $\frac{C^2}{2\rho^2}$; Il y a, si ε est assez petit, une position d'équilibre stable ($\rho = a, z = 0$) correspondant à l'orbite circulaire Γ . Supposons obtenue, au voisinage de $\rho = a, z = 0$, une famille de solutions périodiques avec $z \neq 0$, dépendant d'un paramètre τ ; nous pourrions choisir τ (ou encore la constante C des aires) de manière que l'accroissement $\int_0^T \frac{C dt}{\rho^2}$ de θ , pendant la période T, soit égal à $2\pi \frac{\alpha}{\beta}$, α et β entiers; nous aurons alors un mouvement de période βT .

Écrivons donc, en posant $\rho - a = \xi$, les équations

$$\begin{aligned}\frac{d^2\xi}{dt^2} &= \frac{\partial}{\partial\xi} V(\xi, z^2) = -p^2\xi + l\xi^2 + mz^2 + \dots, \\ \frac{d^2z}{dt^2} &= \frac{\partial}{\partial z} V(\xi, z^2) = -z(q^2 - 2m\xi + \dots),\end{aligned}$$

⁽¹⁾ *Sur le mouvement des nœuds de certaines orbites* (Comptes rendus, 184, 1927, p. 1535).

⁽²⁾ Si l'on prend pour F le potentiel d'un système d'anneaux circulaires homogènes, de centre O, dans le plan xOy , pouvant d'après Gauss être substitués aux planètes troublantes, pour le calcul des inégalités séculaires, on se rend compte de l'importance pratique de ce résultat.

et développons les solutions voisines de zéro suivant les puissances des valeurs initiales ξ_0, ξ'_0, z_0, z'_0 . Exprimons ensuite qu'une solution admet la période $\frac{2\pi}{q} + \tau$, τ voisin de zéro (nous laissons de côté les solutions pour lesquelles $z=0$, qui s'obtiennent par quadrature et ont une période voisine de $\frac{2\pi}{p}$). Nous avons quatre équations de condition, mais on verra qu'on peut supposer $z'_0=0$, en changeant t en $t+h$, et supprimer la condition de périodicité relative à z' , conséquence des trois autres et de l'intégrale des forces vives ⁽¹⁾. Il reste à discuter un système de trois équations en ξ_0, ξ'_0, z_0, τ . Si $\frac{p}{q}$ n'est pas entier, on constate que l'élimination de ξ_0 et ξ'_0 , pour τ nul ou voisin de zéro, ne donne lieu à aucune difficulté : il reste une équation unique en (z_0, τ) qui, après suppression du facteur z_0 , prend la forme ⁽²⁾ :

$$z_0^2 - \frac{p^2 q^2 (p^2 - 4q^2)^2}{4m^2 (p^2 - 2q^2) \left(1 - \cos 2\pi \frac{p}{q}\right)} \tau^2 + \dots$$

et représente dans le plan (z_0, τ) une courbe ayant un point double à l'origine, qui fournira les solutions recherchées si les tangentes en ce point sont réelles, c'est-à-dire si $p^2 > 2q^2$; or cette condition n'est sûrement pas remplie dans les applications que nous avons en vue, p et q étant voisins du moyen mouvement de l'astre étudié : les solutions en question n'existent pas.

On arrive à des conclusions non pas identiques mais analogues, si l'on a égard à l'avance du périhélie qui a lieu, au moins pour les formes usuelles de F , et quand l'inclinaison et l'excentricité ne sont pas considérables : ce phénomène, combiné avec la rétrogradation des nœuds, s'oppose à une périodicité commune de r et z , si la période est voisine d'un petit multiple de celle du mouvement non troublé. On ne peut donc espérer obtenir que des solutions périodiques, même seulement en r et z , si $z \neq 0$, dont la période croisse indéfiniment avec $\frac{1}{\epsilon}$, solutions dont l'existence ne peut être démontrée que par les méthodes récentes de M. Birkhoff.

(1) Cf. PICARD, *Traité d'Analyse*, 3, Chap. VIII, p. 178-185.

(2) Le calcul n'exige que la connaissance des termes du second ordre et d'un seul terme du troisième ordre dans le développement de ξ, ξ', z, z' , termes qui s'obtiennent par des quadratures banales.

ASTRONOMIE PHYSIQUE. — *Observation de l'éclipse partielle de Soleil du 29 juin 1927 à l'Observatoire de Lyon.* Note de M. JEAN MASCART.

Le ciel a été beau pendant toute la durée de l'éclipse; on voyait seulement quelques cirrus à l'Ouest. Vent NNE, très faible à calme. Au début de l'éclipse, les images étaient un peu défectueuses à cause de la faible hauteur du Soleil au-dessus de l'horizon; après quoi, elles furent en général assez bonnes.

Pour apprécier les contacts, M. Flajolet a opéré par vision directe avec un verre noir; toutes les autres mesures ont été faites par projection sur écran. Voici les résultats :

Lunettes.	Grossissement.	Diamètre de l'image.	Observateurs.	Heures du	
				premier contact.	dernier contact.
53 ^{mm}	30	—	M. Ph. Flajolet	^h 4. ^m 16. ^s 50	^h 6. ^m 7. ^s 15
Grégoire 63 ^{mm} ..	47	14 ^{cm} , 5	{ M. J. Guillaume	4. 16. 57 ⁽¹⁾	6. 7. 19
			{ M ^{lle} C. Bac	4. 16. 56	6. 7. 13
			{ M ^{lle} C. Bertrand	?	6. 7. 16
			{ M ^{lle} L. Dulac	?	6. 7. 16
Brünnér 160 ^{mm} ..	45	20 ^{cm}	{ M. H. Groniller	4. 16. 55	6. 7. 19
			{ M ^{lle} M. Bloch	4. 16. 50	6. 7. 19

ASTRONOMIE. — *Sur la fréquence des mouvements apparents des étoiles.* Note de M. V. NECHVILE, présentée par M. H. Deslandres.

Si l'on suppose que le nombre d'étoiles ayant un mouvement apparent μ puisse être représenté, conformément aux recherches de J.-C. Kapteyn et de P.-J. van Rhijn ⁽²⁾, par la série

$$a(\mu) d\mu = 2k_1^2 A_1 \mu e^{-k_1^2 \mu^2} d\mu + 2k_2^2 A_2 \mu e^{-k_2^2 \mu^2} d\mu + \dots,$$

où A_j et k_j sont des constantes, le nombre d'étoiles ayant un mouvement

⁽¹⁾ Au premier contact, M. Guillaume note un retard possible de 2 secondes. Durant l'éclipse, M^{lle} Bloch a effectué au Brünnér 184 mesures d'angle et de longueur de la corde commune, qui seront discutées et dont les résultats seront publiés ultérieurement.

⁽²⁾ *Publications of the Astron. Laboratory at Gröningen*, 30, 1920, p. 46.

compris entre les limites a et b est donné par la somme

$$N_a^b = \int_a^b a(\mu) d\mu = A_1 \int_a^b 2k_1^2 \mu e^{-k_1^2 \mu^2} d\mu + A_2 \int_a^b 2k_2^2 \mu e^{-k_2^2 \mu^2} d\mu + \dots,$$

de sorte qu'on a, pour le nombre d'étoiles ayant un mouvement plus grand que μ , la somme des exponentielles

$$N_\mu = \sum_j A_j e^{-k_j^2 \mu^2}.$$

D'après les mouvements propres constatés sur 22 plaques photographiques des frères Henry ⁽¹⁾, nous avons obtenu, conformément à la dernière équation, la formule numérique suivante, valable pour la surface céleste de 118°,8 carrés et pour les étoiles, entre la 5^e et 16^e grandeur photographique

$$N_\mu = 3787,8 e^{-(27,0 \mu)^2} + 732,0 e^{-(12,0 \mu)^2} + 65,4 e^{-(5,0 \mu)^2}$$

qui représente les observations dans les différentes limites avec une approximation suffisante, comme il est visible d'après la Table ci-après. Il est à remarquer que les coefficients k_j , dans les exposants, forment approximativement une série géométrique.

Table de fréquence des mouvements apparents dans les limites de 0",02 à 0",30 par an.

	$A_1 e^{-k_1^2 \mu^2}$	$A_2 e^{-k_2^2 \mu^2}$	$A_3 e^{-k_3^2 \mu^2}$	Calcul.	Observ.
$\mu = 0",02-0",04$	1649,0	109,7	1,9	1760,6	1761
0,04-0,06.....	904,8	145,5	3,1	1053,4	970
0,06-0,08.....	238,9	144,3	4,0	387,2	390
0,08-0,10.....	32,9	117,9	4,8	155,6	156
0,10-0,12.....	2,7	81,3	5,3	89,3	81
0,12-0,14.....	0,0	48,5	5,6	54,1	52
0,14-0,16.....	—	25,2	5,4	30,8	19
0,16-0,18.....	—	11,4	5,1	16,8	14
0,18-0,20.....	—	4,6	4,5	9,5	12
0,20-0,22.....	—	1,6	4,0	6,1	10
0,22-0,24.....	—	0,5	4,0	4,5	5
0,24-0,26.....	—	0,2	3,4	3,6	7
0,26-0,28.....	—	0,0	2,9	2,9	4
0,28-0,30.....	—	—	2,3	2,3	2

⁽¹⁾ *Comptes rendus*, 181, 1925, p. 210.

Nos observations permettent d'établir deux conclusions : 1° De déterminer les nombres d'étoiles d'un éclat supérieur à une grandeur donnée, ayant un mouvement apparent plus grand qu'une certaine limite, nombres qui ont de l'intérêt pour l'examen futur des clichés du Catalogue et de la Carte du Ciel photographiques.

Or, l'ensemble d'étoiles observées contient 11,1 pour 100 d'étoiles d'éclat jusqu'à la 11^e grandeur photographique inclusivement; 68,6 pour 100 d'étoiles jusqu'à la 14^e grandeur incl., tandis que le complément de 31,4 pour 100 sont les étoiles des grandeurs 15^e et 16^e seulement. Ayant égard à cette répartition, on trouve, pour une surface céleste de 100° carrés,

20,5 étoiles de la 5^e à la 11^e gr. ph. ayant $\mu > 0'',10$,
126,3 étoiles de la 5^e à la 14^e gr. ph. ayant $\mu > 0'',10$.

Le dernier chiffre se trouve en accord assez étroit avec la détermination de M. Max Wolf, qui indique, d'après les recherches effectuées à Heidelberg avec le Bruce-Télescope, une étoile par degré carré dans les mêmes limites. 2° Il est à signaler que les nombres d'étoiles ayant un mouvement plus fort que 0'',05 sont 5,1 fois plus grands que les nombres précédents. Nous trouvons, en effet, pour 100° carrés :

104,3 étoiles de la 5^e à la 11^e gr. ph. ayant $\mu > 0'',05$,
644,1 étoiles de la 5^e à la 14^e gr. ph. ayant $\mu > 0'',05$.

Or, si l'on suppose que la densité d'étoiles dans l'espace, ainsi que la vitesse réelle absolue sont constantes, le rapport des nombres en question devrait être égal à 8 ⁽¹⁾. Nos observations se rapportent avec une très grande probabilité aux étoiles appartenant à l'amas central de la Voie Lactée et indiquent donc que soit la densité, soit la vitesse d'étoiles dans cet amas diminuent avec la distance du Soleil.

ASTRONOMIE PHYSIQUE. — *Sur le noyau de la comète Pons-Winnecke* (1927 c). Note de M. **FERNAND BALDET**, présentée par M. H. Deslandres.

A cause de son extrême petitesse relative, le noyau est la partie la plus difficilement observable et la moins connue des comètes. On ignore, en particulier, à peu près tout de ses dimensions. Aussi doit-on mettre à profit

(1) C.-V.-L. CHARLIER, *Studies in Stellar Statistics* (*Meddelanden fr. Lunds Astr. Observat.*, 1, 1912, p. 12).

tout rapprochement exceptionnel d'une comète de la Terre pour aborder l'étude de son noyau avec les grands instruments à pouvoir séparateur élevé.

La comète périodique de Pons-Winnecke, découverte en 1819, étant passée le 27 juin dernier à la faible distance minima de la Terre $\Delta = 0,039$ et à $r = 1,041$ du Soleil, six jours après le périhélie, dans d'excellentes conditions d'observation, je l'ai suivie visuellement à partir du 20 mai ($\Delta = 0,284$; $r = 1,130$) jusqu'au 28 juin, avec la grande lunette de 0^m,83 de Meudon dont le pouvoir séparateur est de 0^m,16.

Les observations, faites avec des grossissements de 350, 540 et 800 fois, montrent que le noyau de cette comète s'est toujours présenté sous l'aspect d'un *point stellaire unique* entouré d'une toute petite nébulosité, sensiblement circulaire, de 2" à 3" ($2'',5 = 75^{\text{km}}$ au périhélie), à bords peu dégradés, se détachant assez nettement sur la vaste nébulosité de la chevelure. A aucun moment je n'ai eu la sensation d'un noyau en forme de disque. Cependant, s'il avait sous-tendu un angle de 0^m,30 on eût aisément vu son contour. On peut donc déjà affirmer que son diamètre n'a pas dû être sensiblement supérieur à celui de la tache centrale de diffraction, ce qui lui donne une limite maxima de 5^{km} environ.

La différence, indiquée plus haut, entre le noyau d'aspect stellaire et la tache gazeuse qui l'entoure, que j'ai appelée *gaz du noyau* dans une publication antérieure ⁽¹⁾, a été bien constatée dans les circonstances de rapprochement exceptionnel présenté par cette comète ⁽²⁾. Elle doit retenir l'attention. A mon avis, elle ne peut s'expliquer que par la présence d'un seul noyau solide — puisque le mouvement de celui-ci n'est pas affecté par la force répulsive solaire et qu'il obéit exactement, depuis plus d'un siècle, à la loi de Newton — noyau qui ne brille pas par lui-même, comme les gaz luminescents ultra-raréfiés qui l'entourent et dont il est la source, mais par simple diffusion de la lumière solaire, comme un astéroïde.

Lorsque l'instrument n'a pas une ouverture suffisante, ou que la comète est un peu loin, la tache centrale de diffraction donnée par le noyau stellaire se confond avec les gaz du noyau, et les observations se rapportent à l'ensemble.

Les comparaisons de l'éclat du noyau avec les étoiles du champ lui

(1) Ces gaz ont présenté, dans toutes les autres comètes, un spectre de ligne caractéristique, que j'ai décrit, et qui n'a pas encore été identifié (*Annales de l'Observatoire de Meudon*, 7, 1926, p. 53).

(2) Seule la comète Lexell est passée plus près de la Terre, à 0,016, le 1^{er} juillet 1770.

assignent une grandeur égale à la 13^e environ au moment du périée. En négligeant, dans une première approximation, la lumière supplémentaire qui lui vient des gaz lumineux se projetant devant lui, et ne retenant que la lumière solaire diffusée, il est aisé de déduire de la formule ci-dessous son diamètre 2ρ en secondes d'arc à la distance Δ de la Terre en fonction de sa grandeur stellaire g observée, de sa distance r au Soleil, et de son albedo A (sans terme de phase)

$$\log \rho = -\frac{1}{5}(g + 0,15) + \log r - \frac{1}{2} \log A.$$

La grandeur stellaire du Soleil, adoptée pour l'établissement de cette formule, est $-26,72$.

Mais, l'albedo étant inconnu, les observations donnent seulement le produit $\rho A^{\frac{1}{2}}$. En faisant $g = 13$, on obtient $2\rho A^{\frac{1}{2}} = 0'',0048$.

La valeur la plus élevée de l'albedo qu'on puisse raisonnablement adopter ne saurait dépasser celle de Vénus ou du deuxième satellite de Jupiter qui est probablement la plus élevée de tout le système solaire. Avec la formule précitée, elle vaut 0,50. On obtient alors la limite inférieure probable du diamètre du noyau $2\rho = 0'',007$ ou 200^m . Mais, si l'on en juge par les météorites, le noyau des comètes doit être sombre, et il est probable que son albedo est du même ordre de grandeur que celui des corps les plus sombres du système solaire, la Lune, Mercure, Cérès et le quatrième satellite de Jupiter, soit environ 0,10. Le diamètre serait alors de $0'',015$ ou 420^m . Un albedo de 0,05 donnerait $0'',022$ ou 620^m .

L'ensemble du noyau stellaire et de ses gaz, vu avec l'oculaire de 350 à la grande lunette, avait l'éclat d'une étoile de 10^e grandeur. Il en sortait une large aigrette dirigée au NE, vers le Soleil.

À l'œil nu la chevelure gazeuse émise par ce petit noyau était sensiblement circulaire, très dégradée et sans queue apparente. Elle mesurait environ 3° le 26 juin, ce qui donne 24 fois le diamètre terrestre. La partie centrale, dont l'éclat était de l'ordre de celui de la Voie lactée, ne dépassait pas 1°, soit 8 fois le diamètre de la Terre. La grandeur visuelle de l'ensemble, à l'œil nu, donnait l'impression d'une étoile de 4° à 4°,5 grandeur.

Pour qu'un noyau si petit, appartenant à une comète qui revient tous les six ans au périhélie, puisse dissiper encore autour de lui une telle abondance de gaz, il me semble nécessaire d'admettre que sa formation est relativement récente.

PHYSIQUE MATHÉMATIQUE. — *Sur la théorie relativiste des quanta.*

Note ⁽¹⁾ de MM. **D. J. STRUIK** et **NORBERT WIENER**, présentée par M. Hadamard.

On peut, par des considérations d'un caractère très général, obtenir une théorie du champ gravitationnel, du champ électromagnétique et des quanta pour le cas d'un seul électron. Nous voulons l'esquisser brièvement, espérant la donner plus complètement ailleurs.

Considérons une variété générale à quatre dimensions, chaque point ayant les coordonnées x^ν , $\nu = 1, 2, 3, 4$, assujetties aux transformations analytiques

$$(1) \quad x^\nu = f^\nu(x^1, x^2, x^3, x^4).$$

Introduisons dans cette variété une équation différentielle partielle du second ordre du type hyperbolique

$$(A) \quad F(\psi) = \sum_{\lambda, \mu}^{1, \dots, 4} a^{\lambda\mu} \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^\lambda \partial x^\mu} + \sum_{\lambda}^{1, \dots, 4} a^\lambda \frac{\partial \psi}{\partial x^\lambda} + a_0 \psi = 0,$$

représentant le mouvement ondulatoire de l'électron. L'introduction de cette équation se justifie par des considérations sur la causalité : le mouvement étant déterminé en général par la position et les vitesses originales.

Outre les transformations (1), les transformations

$$(2) \quad F(\psi) = RF(\psi)$$

(R une fonction des x^ν) transforment l'équation (A) en elle-même. Le calcul des invariants et covariants de cette équation sous ces transformations a été l'objet d'une étude de M. Cotton, continuée par M. Levi-Civita ⁽²⁾. Selon elle, l'équation (A) définit, sous les transformations (1),

⁽¹⁾ Séance du 2 mai 1927.

⁽²⁾ E. COTTON, *Sur les invariants différentiels de quelques équations linéaires aux dérivées partielles du second ordre* (*Annales scientifiques de l'École Normale supérieure*, 3^e série, 17, 1900, p. 211-244); T. LEVI-CIVITA, *Sulla trasformazione delle equazioni lineari a derivate parziali del secondo ordine* (*Atti del Reale Istituto Veneto*, serie ottava, 15, parte 2, 1913, p. 1331-1357).

un tenseur $g^{\lambda\mu}$ et un vecteur p^ν définis par

$$g^{\lambda\mu} = a^{\lambda\mu},$$

$$p^\nu = -\frac{1}{2}a^\nu + \frac{1}{2\sqrt{g}} \sum_{\alpha=1, \dots, 4} \frac{\partial}{\partial x^\alpha} (\sqrt{g} g^{\alpha\nu}),$$

g étant le déterminant du tenseur covariant $g_{\lambda\mu}$ ($g \neq 0$). L'équation (A) s'écrit alors

$$(B) \quad \square\psi - 2 \sum_{\lambda=1, \dots, 4} p^\lambda \frac{\partial \psi}{\partial x^\lambda} + a_0 \psi = 0,$$

où

$$\square\psi = \frac{1}{\sqrt{g}} \sum_{\alpha} \frac{\partial}{\partial x^\alpha} \sqrt{g} g^{\alpha\beta} \frac{\partial \psi}{\partial x^\beta}.$$

Sous les transformations (2), $g^{\lambda\mu}$ et $p_\nu = \sum_{\lambda} g_{\lambda\nu} p^\lambda$ sont transformés de la manière suivante :

$$(3) \quad \begin{cases} g'^{\lambda\mu} = R g^{\lambda\mu}, \\ p'_\nu = p_\nu - \frac{1}{2R} \frac{\partial R}{\partial x^\nu}. \end{cases}$$

Introduisons les quantités K , la courbure riemannienne scalaire appartenant au tenseur $g_{\lambda\mu}$, et la quantité scalaire

$$H = D - F + a_0,$$

où

$$D = \frac{1}{\sqrt{g}} \sum_{\alpha} \frac{\partial}{\partial x^\alpha} \sqrt{g} p^\alpha,$$

et

$$F = \sum_{\lambda, \mu} g^{\lambda\mu} p_\lambda p_\mu.$$

On démontre facilement, avec M. Cotton, que, sous les transformations (2),

$$K' - 6'H = R(K - 6H).$$

Normalisons l'équation (A) par la condition

$$(Q_1) \quad K' - 6'H = \frac{24\pi^2 m^2 c^4}{e^2 h^2},$$

où h est la constante de Planck, m et e sont la masse en repos et la charge de l'électron, et c la vitesse de la lumière. Une équation (A) normalisée est

ainsi univoquement déterminée. Si l'on interprète les $g_{\mu\nu}$ comme tenseur du champ gravitationnel et les p_ν comme le vecteur potentiel du champ électromagnétique dans une échelle appropriée, l'on voit que l'équation (A), qui par (3) a déterminé une géométrie de Weyl, définit, après la condition (Q₁), une géométrie de Riemann et un potentiel déterminé sans ambiguïté. On se trouve donc dans le cas de la théorie d'Einstein.

CAPILLARITÉ. — *Lames élémentaires de la myéline en présence de l'eau.*

Note de M. NAGEOTTE, présentée par M. Brillouin.

Une parcelle d'extrait étheré de cerveau (après épuisement par l'acétone), montée en préparation dans l'eau, s'hydrate et s'entoure, à la température ordinaire, de figures myéliniques rayonnantes; on peut en suivre l'évolution plusieurs jours, aux grossissements les plus forts. Ces excroissances, simples tubes au début, se contournent, se ramifient et se remanient pour former des lobules complexes, rattachés à leur point d'origine par un pédicule, où passe la matière qui les alimente. Leur croissance se ferait par intussusception suivant Lehmann (¹); elle résulte en réalité de courants dans les lames élémentaires; ces dernières ne peuvent s'agrandir que dans deux dimensions, alors que l'intussusception vraie, propre aux structures colloïdales, se fait suivant les trois dimensions.

A la périphérie de la couronne d'excroissances myéliniques, on peut voir isolées, dans l'eau distillée mais non dans l'eau salée, les *lames élémentaires de la myéline*. Ce sont des lames minces liquides, caractérisées par leur substance lipoïde et leurs deux surfaces hydrophiles. Ces lames isolées ont une forme toujours sphérique, tandis que les figures myéliniques à parois épaisses sont généralement cylindriques. Elles se dispersent régulièrement dans l'eau. Leur aspect strictement uniforme permet de les reconnaître : un complexe de deux lames accolées donne une image plus forte que chacun des constituants séparés (*fig. II, b*). En mise au point haute, cette image consiste en une frange principale claire, bordée du côté convexe par une frange sombre; l'aspect est inverse en mise au point basse. Les lignes courbes observées subissent une translation parallèle vers le centre de la figure lorsque la mise au point s'écarte, en haut ou en bas, du plan où se fait l'inversion des franges et où l'image possède les propriétés d'un grand cercle. Les images

(¹) O. LEHMANN, *Comptes rendus*, 158, 1914, p. 389 et 1100.

observées répondent donc à la coupe optique de lames réfringentes sphériques. Lorsque la myéline est colorée par l'écarlate, les franges claires sont nettement teintées.

Tantôt les lames élémentaires résultent de l'exfoliation des couches superficielles de myéline à la périphérie des lobules et forment des calottes sphériques (*fig. I*); tantôt elles se disposent en sphères complètes constituées soit par une seule lame, soit par un ou plusieurs systèmes de lames élémentaires dispersées, emboîtées de diverses façons. Ces sphères creuses, simples ou complexes, peuvent être entièrement libres et flotter dans le liquide, ou bien elles sont rattachées par un tube mince à leur point d'origine (*fig. II, a*).



Dans ce dernier cas, la figure résulte de la brusque dispersion, à l'extrémité d'un tube myélinique, des lames élémentaires de sa paroi; toutes les bulles sphériques emboîtées sont en effet rattachées à l'extrémité de la portion du tube restée compacte. Cette circonstance permet de tenter une évaluation de leur épaisseur; ainsi la figure II montre 21 lames partant d'un tube dont la paroi est épaisse d'environ $0^{\mu},6$; cela donne 300 \AA pour l'encombrement de la lame élémentaire dans la partie du tube qui est hydratée, mais non dispersée. Ce chiffre n'est pas contraire à l'hypothèse d'une structure uni ou bimoléculaire de la lame élémentaire, si l'on admet que l'eau d'hydratation s'interpose entre les lames.

La structure lamellaire, mise en évidence par la dispersion de lames élémentaires isolées, permet de comprendre la morphologie des figures

myéliniques, toujours creuses, et explique la constance, pour chacune d'elles, de l'épaisseur de la paroi, formée d'un nombre déterminé de lames superposées. Une lame liquide de myéline ne saurait conserver un bord libre, car la tension superficielle sur la tranche ramène ce bord à zéro. Aussi toutes les figures myéliniques sont-elles fermées; celles qui paraissent ouvertes résultent de l'invagination de figures fermées; lorsqu'il se fait des disjonctions ou des coalescences, les figures résultantes se referment aussitôt; la matière en trop se met en sphérules creuses (*c*). Pourtant un bord de lame peut exister s'il mouille une substance qui le fixe; dans la gaine de myéline des fibres nerveuses, on trouve une formation lipoïde, décrite par moi sous le nom de *double bracelet épineux*, qui fixe les bords des lames autour de l'entrée du cylindraxe; d'autres formations lipoïdes jouent le même rôle dans les incisures.

Lehmann a supposé un phénomène de *succion* amenant les invaginations des figures myéliniques. De mon côté, j'ai donné une explication semblable de l'état œdémateux du cylindraxe dans les segments de la gaine des fibres nerveuses. Ceci concerne les tubes épais, relativement imperméables; lorsque les lames élémentaires se dispersent, dans les figures myéliniques artificielles, on peut supposer que leur perméabilité permet l'entrée de l'eau, aspirée jusqu'à réalisation de la forme sphérique.

ÉLECTRICITÉ. — *Sur le contact métal-sulfure cuivreux.*

Note de M. J. CAYREL, présentée par M. G. Ferrié.

J'ai étudié les variations de la résistance électrique du contact métal- Cu^2S sous l'influence d'un courant permanent d'intensité croissante ou décroissante pour les deux sens du courant. Le contact était formé d'un fil métallique de 0^{mm},50 de diamètre appuyant légèrement sur un échantillon cristallisé du sulfure cuivreux. Les métaux employés étaient : Pt, Au, Ag, Cu, Al.

Soient V la différence de potentiel appliquée au contact, R la résistance du contact dans le sens Cu^2S -métal, P sa résistance dans le sens métal- Cu^2S , I l'intensité du courant. Tant que V reste assez petit, I , R et P prennent immédiatement leurs valeurs de régime; au contraire, pour de plus grandes valeurs de V , on observe des phénomènes de *trainage* : I , R et P ne prennent des valeurs fixes qu'au bout d'un temps pouvant atteindre plusieurs minutes.

I. *Le courant traverse le contact dans le sens Cu^2S -métal :*

a. *Courants croissants* (V varie de 0 à V_1). — La résistance R du contact commence par *croître*, passe par un *maximum* et subit une chute brusque ⁽¹⁾ (*cohération*) au cours de laquelle V demeure *constant* quand I augmente (on retrouve la loi limite des cohéreurs ⁽²⁾ : $V = RI = \text{const.} = e$). Pour l'échantillon de Cu^2S utilisé la *f. e. m. critique* e était sensiblement égale à 0,1 volt pour Ag, à 0,4 volt pour Cu, à 0,6 volt pour Al. Le *trainage* signalé plus haut s'observe *au début* de la cohération.

b. *Courants décroissants* (V varie de V_1 à 0). — La *cohération* du contact est complètement *irréversible* avec Au, Pt, *partiellement réversible* avec Al, Cu, *entièrement réversible* avec Ag.

Le *trainage* est à *peu près inexistant*. Par contre, avec Al et Cu, la résistance cohérée présente un léger effet d'*hystérésis*.

II. *Le courant traverse le contact dans le sens métal- Cu^2S :*

a. *Courants croissants* (V varie de 0 à V_1). — La résistance P du contact commence par *diminuer*, mais, pour une valeur suffisante de V , l'effet de diminution de résistance *est suivi* d'un effet d'*augmentation* de résistance avec le temps (*anticohération avec trainage*), qui cause une diminution de I . Le second effet devient rapidement prépondérant, et masque l'effet de diminution qui tend toujours à se produire d'abord ⁽³⁾ à chaque augmentation de V . Finalement, on observe une véritable *disjonction*, la résistance du contact pouvant atteindre plusieurs dizaines de mille ohms (ex. : $P_0 = 750$ ohms, $P_1 = 40000$ ohms). Avec Au et Pt, l'anticohération est gênée par la cohération que tend à produire tout courant traversant un contact : les grandes résistances obtenues sont instables.

b. *Courants décroissants* (V varie de V_1 à 0). — L'anticohération est *irréversible*. Quand V décroît de V_1 à 0, la résistance du contact loin de diminuer *augmente encore davantage* (ex. : $P_0 = 750$ ohms, $P_1 = 40000$ ohms, $P'_0 = 1$ mégohm). Si V croît à nouveau de 0 à V_1 , P varie de P'_0 à P_1 , en repassant par les mêmes valeurs : il n'y a ni *trainage*, ni *hystérésis*.

III. *Comparaison des deux résistances R et P .* — Pour les faibles valeurs

(1) Si l'on monte en série avec le contact une résistance convenablement choisie, on obtient l'effet Lossev $\left(\frac{dV}{dI} \text{ négatif}\right)$.

(2) Cf. BLANC, *Thèse*, 1905, p. 85.

(3) Cf. BLANC, *Thèse*, 1905, p. 94.

de V , R est plus grand que P et le courant passe plus facilement dans le sens métal- Cu^2S que dans le sens Cu^2S -métal, puis l'*inverse* se produit en raison, d'abord de la *cohération* de R , ensuite ⁽¹⁾ de l'*anticohération* de P .

Les particularités que j'ai signalées ⁽²⁾ touchant la rectification des courants alternatifs par le contact métal- Cu^2S sont entièrement conformes aux résultats précédents qui éclairent le mécanisme de l'inversion du courant rectifié : la détection β des faibles courants correspond à $R > P$, l'inversion de la rectification à $R = P$, la détection α des courants intenses à $R < P$.

Conclusions. — Les applications électriques des contacts imparfaits les ont fait considérer sous le triple aspect des *cohérents*, de *détecteurs rectifiants* et de *générateurs d'oscillations* (effet Lossev). Les résultats précédents établissent un lien entre ces différents aspects et confirment les vues de M. Blanc sur la parenté des cohérents et des détecteurs. Ils montrent que :

1° L'*inversion* de la rectification chez le contact métal- Cu^2S est due à une *cohération unilatérale* du contact. Cette cohération diffère de celle des contacts métalliques étudiés par M. Blanc en ce que :

a. Elle n'est pas *progressive* mais apparaît brusquement pour une valeur critique de V ;

b. Elle n'est pas toujours *irréversible* ; le contact peut être partiellement ou complètement *autodécohérent* ;

c. Avec certains métaux la résistance cohérée présente de l'*hystérésis*.

2° Cette *cohération* n'est autre que la chute de résistance utilisée chez les contacts générateurs pour rendre $\frac{dV}{dI}$ négatif.

3° L'*anticohération* de la résistance P ne diffère des anticohérations observées par M. Blanc sur le contact aluminium-acier ⁽³⁾ que :

a. par son caractère *discontinu* ;

b. par sa grandeur *énorme*.

⁽¹⁾ L'*anticohération* de P exige, en effet, des valeurs de V supérieures à celles qui produisent la cohération de R .

⁽²⁾ *Comptes rendus*, 183, 1926, p. 449.

⁽³⁾ BLANC, *Thèse*, 1905, p. 94.

PHYSIQUE. — *Théorie des sous-électrons.*

Note de M. THADÉE PECZALSKI, présentée par M. Jean Perrin.

Considérons une particule de masse M en suspension dans un gaz dont les molécules ont une masse m . La particule M possède une charge e d'électricité. Pendant le choc par m de la masse M , celle-ci subit une accélération Γ ; il en résulte une onde électromagnétique d'énergie ε donnée par l'équation de Langevin

$$(1) \quad \varepsilon = \frac{2}{3} \frac{e}{c} \int_{t_1}^{t_2} \Gamma^2 dt.$$

L'intégrale n'a un sens que lorsque le temps de choc n'est pas infiniment petit et Γ est une fonction continue dans l'intervalle de temps $t_2 - t_1 = \delta t$. Afin d'obtenir une valeur approchée de ε , nous pouvons faire le raisonnement suivant :

Le principe de conservation de la quantité de mouvement s'écrit

$$m \overline{\Delta v_x} = M \overline{\Delta V_x},$$

$\overline{\Delta v_x}$ et $\overline{\Delta V_x}$ étant les accroissements moyens de vitesse de la molécule m et de la particule M , accroissements produits pendant les chocs.

Par hypothèse, Δv_x et ΔV_x étant des fonctions continues dans l'intervalle de temps δt , nous avons

$$(2) \quad \Gamma = \frac{d}{dt}(\Delta V_x) = \frac{m}{M} \frac{d}{dt}(\Delta v_x) = \frac{m}{M} \gamma,$$

γ étant l'accélération de la molécule pendant le choc.

L'équation (1) s'écrit alors

$$(3) \quad \varepsilon = \left[\frac{2}{3} \frac{e}{c} m^2 \int_{t_1}^{t_2} \gamma^2 dt \right] \frac{1}{M^2}.$$

L'intégrale figurant entre parenthèses peut s'écrire $\gamma_1^2 \delta t$, γ_1 étant la valeur moyenne de γ dans l'intervalle de temps δt . Lorsque les dimensions de la particule sont très grandes par rapport aux dimensions des molécules, δt , γ ou γ_1 peuvent dépendre de la nature de m et de M , mais non de la grandeur de la particule, dont la vitesse V est petite par rapport à c .

Donc, pour des particules en suspension (particules de mêmes substance et forme, mais de masses différentes), la quantité d'énergie rayonnée pendant chaque choc est inversement proportionnelle au carré de la masse de la particule.

D'autre part, on a

$$(4) \quad mv_x^2 = \frac{RT}{N} = MV_x^2 + \varepsilon.$$

Dans la formule par laquelle on calcule la charge e de la particule dans les expériences de Millikan, Fletcher ou d'Ehrenhaft, où l'on a pris

$$MV_x^2 = \frac{RT}{N},$$

il faut prendre au lieu de $\frac{RT}{N}$ l'expression $\frac{RT}{N} - \varepsilon$, d'après l'équation (4).

La charge apparente e_1 observée est donnée alors par la formule

$$(5) \quad e_1 = e \left\{ 1 - \left[\frac{2}{3} \frac{m^2}{c} \frac{N}{RT} \int_{t_1}^{t_2} \gamma^2 dt \right] \frac{1}{M^2} \right\} = e \left(1 - \frac{N\varepsilon}{RT} \right).$$

Lorsqu'on diminue M , toutes les autres conditions restent les mêmes; la charge e_1 au-dessous d'une certaine valeur de M diminue très vite; c'est ce qui a été observé par M. Ehrenhaft et ses collaborateurs.

Entre deux chocs consécutifs, la particule chargée rayonne une quantité d'énergie (ε_1) facile à calculer :

$$\varepsilon_1 = \frac{2}{3} \frac{e}{c} (eF) t \Delta t,$$

F , le champ électrique extérieur; Δt , le temps moyen de parcours entre deux chocs. La valeur de ε_1 s'ajoute à ε . ε_1 est très petit par rapport à ε ; on peut le négliger dans le calcul.

Lorsqu'on admet que chaque choc peut produire un rayonnement seulement par quanta d'une certaine fréquence ν , on obtient le terme correctif $\bar{\varepsilon}$ de la formule (4) à la place de ε , en écrivant :

$$\varepsilon = \frac{1}{K} \frac{RT}{N}, \quad \bar{\varepsilon} = \frac{h\nu}{e^{\frac{K N h\nu}{RT}} - 1}.$$

K est toujours plus grand que 1. Dans la formule (5), au lieu de ε , il faut mettre $\bar{\varepsilon}$. Comme $\bar{\varepsilon} \leq \varepsilon \leq \frac{RT}{N}$, le mouvement brownien subsisterait même pour les plus petites particules chargées, ce qui est observé.

Par la théorie développée on peut expliquer aussi la formation des gouttelettes d'eau autour d'une charge portée par une molécule ou par une particule, car son énergie cinétique (et en même temps sa température) diminue par suite des chocs subis. De même il résulte des expériences de

M^{lle} Parankiewicz (1) que pour des petites particules la valeur de e , est très petite. $\bar{\varepsilon}$ tend alors vers $\frac{RT}{N}$; pour qu'il en soit ainsi, il faut que v soit petit. La particule pendant le choc devient alors un résonateur de très grande longueur d'onde. Résonateur capable d'absorber ou dissiper le rayonnement de même fréquence. Ceci explique l'absorption de rayons électromagnétiques par l'atmosphère sèche qui contient un grand nombre de ces particules chargées par l'effet photo-électrique (en été pendant le jour).

ÉLECTRICITÉ. — *Sur la répartition du champ électrique dans l'espace sombre.*
Note de M. **MAX MORAND**, présentée par M. Ch. Fabry.

1. Le champ est déterminé par l'équation de Poisson. Pour faire le calcul de la densité électrique en chaque point, il est nécessaire de connaître le parcours moyen λ_1 des ions positifs avant leur neutralisation, et les différentes conditions de leur formation. La vitesse des rayons positifs dans l'espace sombre est suffisante pour que le parcours moyen λ_1 soit un peu plus grand que le libre parcours moyen λ . Sur un trajet λ_1 , un rayon positif produit une certaine ionisation et crée, en moyenne, un nombre d'ions positifs égal à

$$\alpha - 1 = \frac{\lambda_1 - \lambda}{\lambda}.$$

Au bout du parcours λ_1 , l'ion positif est neutralisé dans un choc contre une molécule ou un atome neutre : il lui enlève un électron en produisant ainsi un nouvel ion positif qui le remplace. Ces hypothèses permettent de rendre compte de la manière la plus rigoureuse de la distribution du champ observé dans l'espace sombre. Si l'on admet que de la lueur négative partent $\rho_0 v_0$ ions positifs par seconde, le nombre des ions en un point situé à la distance x de la lueur négative est

$$n = \rho_0 v_0 e^{\frac{\alpha - 1}{\lambda_1} x}.$$

Le nombre des ions formés entre x et $x + dx$ est donc

$$dn = \rho_0 v_0 \alpha e^{\frac{x(\alpha - 1)}{\lambda_1}} \frac{dx}{\lambda_1}.$$

(1) M^{lle} J. PARANKIEWICZ, *Phys. Ztschft*, 18, 1917, p. 567.

et la densité qui leur correspond en un point d'abscisse ξ ,

$$d\rho = \frac{dn \varepsilon e^{-\frac{\xi-x}{\lambda}}}{\sqrt{\frac{2\varepsilon}{m} (V_\xi - V_x)}}.$$

L'équation de Poisson

$$\int_0^\xi \frac{\rho_0 \nu_0 \varepsilon e^{x \frac{(\alpha-1)}{\lambda_1}} e^{-\frac{\xi-x}{\lambda}}}{\sqrt{\frac{2\varepsilon}{m} (V_\xi - V_x)}} \cdot \frac{dx}{\lambda} = \frac{1}{4\pi} \frac{d^2 V}{d\xi^2}$$

permet de calculer V . On se ramène d'abord au calcul de l'intégrale

$$I = \int_0^\xi \frac{e^{-\frac{\xi-x}{\lambda}}}{\sqrt{V_\xi - V_x}} \cdot \frac{dx}{\lambda},$$

dont la valeur, avec une erreur relative inférieure à quelques centièmes est, pour $\xi > 3\lambda$,

$$I = \frac{1}{\sqrt{\lambda}} \frac{\sqrt{\pi}}{\sqrt{\frac{dV}{d\xi}}}.$$

Par une intégration immédiate on obtient le champ. Il est donné par une expression de la forme

$$(1) \quad \frac{dV}{dx} = a(e^{\mu x} - 1)^{\frac{2}{3}}, \quad \mu = \frac{\alpha - 1}{\lambda_1} > 0.$$

On peut intégrer encore une fois et calculer V_x , ce qui fournit une relation entre la chute de potentiel V dans l'espace sombre et l'intensité qui le traverse. On trouve ainsi

$$I = f(E) V^{\frac{3}{2}},$$

$f(E)$ étant une fonction de la longueur E de l'espace sombre.

La formule (1) rend compte, avec une précision tout à fait remarquable, de toutes les formes de courbe observées. Quand la différence de potentiel traversée sur un parcours λ est faible, α est très voisin de 1 et la courbe du champ est à peu près une droite [Aston (1)].

Quand le produit $\lambda \frac{dV}{dx}$ augmente, α croît et la courbe se rapproche de plus en plus d'une exponentielle [Schuster (2), Brose (3)].

(1) ASTON, *Proc. Roy. Soc.*, 84, 1911, p. 526.

(2) SCHUSTER, *Proc. Roy. Soc.*, 47, 1890, p. 526.

(3) BROSE, *Ann. der Phys.*, 58, 1919, p. 731.

2. En admettant que les rayons positifs ont un pouvoir ionisant nul ($\alpha = 1$) et en supposant que les ions positifs proviennent : 1° uniquement de la lueur négative; 2° de la lueur négative et de l'ionisation produite par les rayons cathodiques, on obtient deux expressions de la forme

$$\frac{dV}{dx} = ax^{\frac{2}{3}},$$

$$\frac{dV}{dx} = [ax + b(e^{-\mu x} - 1)]^{\frac{2}{3}} \quad \text{avec } \mu > 0,$$

qui ne permettent de rendre compte ni l'une ni l'autre des faits expérimentaux observés. Il est donc nécessaire d'admettre que les rayons positifs ont un certain pouvoir ionisant et qu'ils obéissent à des lois voisines de celles que j'ai admises. Ces lois correspondent d'ailleurs parfaitement à celles mises en évidence dans les recherches de Townsend (1).

3. Au voisinage de la cathode le champ cesse de croître sur un intervalle de l'ordre de λ . Ce phénomène est dû à la présence d'une charge spatiale négative. On pouvait croire qu'elle est due aux rayons cathodiques. Mais le courant nécessaire pour l'expliquer ainsi serait beaucoup trop considérable. On retrouve les courbes expérimentales [Kreff (2)] en admettant la présence d'ions négatifs atomiques ou moléculaires qui sont détruits après *un* choc. La production des rayons cathodiques ne serait donc pas aussi simple qu'on le croit : il y aurait, au moins dans certains cas, une formation transitoire d'ions négatifs moléculaires ou atomiques.

OPTIQUE. — *Application de la méthode générale de Chaumont à la mesure de la polarisation elliptique produite par réflexion à la surface des liquides.*

Note de M. C. BOUHET, présentée par M. A. Cotton.

L'étude de la polarisation elliptique de la lumière par réflexion vitreuse, poursuivie depuis Jamin par de nombreux expérimentateurs, a presque toujours été faite sur des solides, et uniquement (sauf dans les expériences de Lord Rayleigh) avec le compensateur de Babinet.

Cet appareil donne directement avec une bonne précision (de l'ordre de 0,001 λ) la différence de phase entre les deux composantes parallèles et

(1) TOWNSEND, *Phil. Mag.*, 6, 1903, p. 598, et 8, 1904, p. 738.

(2) KREFF, *Ann. der Phys.*, 75, 1924, p. 513.

perpendiculaires au plan de l'incidence. Il donne aussi le rapport K de leurs amplitudes mais avec une précision bien moins bonne. Il me paraît difficile d'atteindre une erreur absolue inférieure à 0,00040. Cette méthode est donc inutilisable pour l'étude d'ellipticités de l'ordre de 0,001 (et même 0,00040 dans le cas de l'eau) comme celles produites sous l'incidence brewstérienne.

J'ai appliqué à cette étude la méthode générale de Chaumont ⁽¹⁾ donnant l'ellipticité et l'orientation des axes d'une vibration elliptique.

Description de l'appareil. — La source de lumière est un arc à mercure à grand éclat type Cotton ⁽²⁾.

Le faisceau monochromatique ($\lambda = 546$) obtenu avec un monochromateur de Bruhat tombe sur un système de lentilles destiné à lui donner les dimensions et l'ouverture convenables, il est réfléchi sous l'incidence désirée par un miroir mobile autour de l'axe horizontal d'un goniomètre, traverse le polariseur à champ normal et tombe sur le liquide étudié; il est ensuite réfléchi dans l'appareil de Chaumont ⁽³⁾ disposé pour opérer sous diverses incidences. L'angle maximum fait par les rayons tombant sur le liquide avec l'axe du faisceau est de $8'30''$; un calcul simple montre que l'analyseur donne encore l'ellipticité du rayon moyen, la légère convergence du faisceau introduisant simplement un peu de lumière parasite diminuant la sensibilité.

Convention de signes. — Les axes adoptés sont ceux de la théorie électromagnétique, ils imposent des différences de phase Π et 2Π respectivement pour les incidences 0 et $\Pi/2$.

Sous l'incidence brewstérienne la différence de phase sera $3\Pi/2$, l'ellipse ayant alors un de ses axes horizontal. La réflexion sera dite *positive* (Jamin) si la vibration perpendiculaire au plan d'incidence est *en avance* de $3\Pi/2$ sur l'autre, elle sera négative dans le cas contraire.

Pour avoir des ellipticités mesurables, on est conduit à prendre une vibration initiale faisant un angle θ très grand avec l'horizontale; les expériences ont été faites avec les valeurs de $\theta \pm 88^\circ$ et $\pm 86^\circ$ donnant une intensité réfléchie de $1/10000$ et $1/2500$ respectivement de l'intensité incidente. Avec ses faibles intensités la loi de proportionnalité de la sensibilité à la racine carrée de l'intensité ne s'applique plus, la précision reste bien

⁽¹⁾ CHAUMONT, *Ann. de Phys.*, 4, 1915, p. 61, et 5, 1916, p. 17.

⁽²⁾ A. COTTON, *J. de Phys.*, 8, 1927, p. 14 S.

⁽³⁾ J'ai modifié la lunette de l'appareil de Chaumont; il est en effet indispensable d'avoir un oculaire composé d'une lentille divergente donnant l'anneau oculaire désiré et d'une lentille convergente permettant de pointer à l'infini.

meilleure. Je crois pouvoir affirmer que la méthode donne K avec une erreur absolue $dK = \pm 0,00003$.

Étude de l'eau. — Dans une première série d'expériences, la surface est essuyée avec un papier fin suivant la technique indiquée par M. Devaux, chaque valeur de K résulte de 32 pointés effectués pour chacun des azimuts positif et négatif. J'ai obtenu toute une série de valeurs de K comprises entre $+0,00041$ et $+0,00033$; les nombres les plus élevés étant obtenus avec de l'eau fraîche récemment bouillie, les nombres les plus faibles avec de l'eau ayant séjourné depuis longtemps dans la cuve et ayant été nettoyée un très grand nombre de fois. Les écarts entre les valeurs obtenues étant bien supérieurs à ceux permis par la méthode, j'ai soupçonné un apport de matières étrangères venant de l'émail de la cuve ou du papier servant au nettoyage; j'ai alors utilisé un deuxième dispositif de nettoyage indiqué par Marangoni, permettant d'avoir une surface d'eau constamment renouvelée. L'eau à étudier arrive par la douille d'un entonnoir très bien nettoyé, le remplit et déborde dans un deuxième entonnoir servant à l'évacuation; le courant d'eau est arrêté juste au moment de faire un pointé.

Dans ces conditions, j'obtiens les valeurs suivantes pour K :

$$+0,000407, \quad +0,000393, \quad +0,000405,$$

valeurs concordantes montrant que la méthode donne bien la précision annoncée et conduisant pour l'eau au nombre

$$K = +0,00040.$$

L'eau non nettoyée depuis quelques heures donne des nombres très variables presque toujours négatifs, pouvant dépasser $-0,001$. Les valeurs négatives élevées, trouvées par Jamin, sont donc bien dues à la présence d'impuretés superficielles (ceci est confirmé par des expériences que j'ai faites aussi sur les solutions salines).

OPTIQUE. — *Sur la transparence de la silice fondue pour les radiations ultraviolettes.* Note de M. TSUKAMOTO, présentée par M. Ch. Fabry.

L'emploi, de plus en plus fréquent, de la silice fondue comme matière transparente pour les radiations de courte longueur d'onde donne de l'intérêt à l'étude des propriétés absorbantes de cette substance. Les indications données à ce sujet par les différents observateurs sont très discordantes.

C'est ainsi que Shenstone ⁽¹⁾ donne la silice fondue comme aussi transparente que le quartz cristallisé, mais sans aucune valeur numérique ni limite de transparence; tandis que Pflüger ⁽²⁾ trouve que, sous une épaisseur de 2^{mm}, la silice fondue absorbe 52 pour 100 de la radiation 2400 et ne laisse pratiquement rien passer des radiations au-dessous de 2200. Ces différences peuvent être, pour une grande part, attribuées aux impuretés de certains échantillons.

Je me suis proposé d'étudier de la silice fondue aussi pure que possible, et de déterminer pour cette substance les valeurs numériques de l'absorption.

A cet effet, j'ai fait préparer de la silice fondue en partant de quartz cristallisé parfaitement limpide; la matière obtenue, d'apparence très homogène, mais contenant quelques bulles, a été taillée sous forme d'une lame à faces parallèles, de 10^{mm} d'épaisseur. A travers cette lame, j'ai pu photographier, sans la moindre difficulté, la raie 1862 de l'aluminium, ce qui indique une bonne transparence. Les facteurs de transmission ont été déterminés par la méthode de photométrie photographique que j'ai précédemment décrite ⁽³⁾. Les résultats sont résumés dans le tableau suivant. Pour chaque longueur d'onde, indiquée dans la première colonne, on trouve la proportion de rayonnement absorbé (la lumière réfléchie n'étant pas comptée comme lumière absorbée). La troisième colonne donne les valeurs du coefficient d'absorption K défini par l'équation

$$I = I_0 e^{-Kx}$$

(I_0 est l'intensité incidente corrigée de la perte par réflexion; I est l'intensité transmise par l'épaisseur x , laquelle est exprimée en centimètres).

Longueur d'onde.	Absorption pour 1 ^{cm} .	K.
1862.....	83,6 ⁰ / ₀	1,81 cm ⁻¹
1873.....	83,5	1,80
1930.....	82,1	1,72
1979.....	80,7	1,64
1994.....	80,0	1,61
2026.....	76,7	1,46
2034.....	75,8	1,42
2066.....	70,4	1,22
2105.....	59,5	0,90
2126.....	52,3	0,74
2182.....	33,0	0,40

(¹) W. A. SHENSTONE, *Nature*, 64, 1901, p. 65-67.

(²) PFLÜGER, *Physikalische Zeitschrift*, 84, 1904, p. 215.

(³) *Comptes rendus*, 184, 1927, p. 221.

On voit que la transparence diminue rapidement pour les longueurs d'onde inférieures à 2100; au-dessous de 1930, la courbe de transparence devient beaucoup moins inclinée et présente une sorte de palier. Si l'absorption continue à varier avec la même allure dans la région de Schumann, il est très possible que cette silice fondue présente encore une transparence appréciable jusqu'à $\lambda = 1500$.

L'absorption de cette lame de silice est beaucoup plus faible que, par exemple, celle trouvée par Pflüger; elle est cependant plus forte que celle du quartz cristallisé. Cette dernière est d'ailleurs assez variable d'un échantillon à un autre (¹); pour les échantillons les plus transparents, on a une absorption d'environ 25 pour 100 pour la radiation 1862 sous une épaisseur de 10^{mm}.

En résumé, l'absorption des radiations ultraviolettes de courte longueur d'onde par la silice fondue paraît assez variable d'un échantillon à un autre, probablement à cause des impuretés; mais, même avec la matière la plus pure que j'aie pu obtenir, cette absorption est plus forte que celle du quartz cristallisé.

SPECTROSCOPIE. — *Le spectre d'absorption du brome en solution.*

Note de M. **Bovis**, présentée par M. A. Cotton.

J'ai déterminé quantitativement, par photométrie photographique, les spectres d'absorption de cinq solutions diverses de brome dont les concentrations ne dépassaient pas 0^g,8 de métalloïde par litre.

Ces solutions de brome s'altèrent généralement très vite. Leur spectre d'absorption se modifie quelquefois d'une manière sensible entre le début et la fin d'une même mesure spectrophotométrique : une solution de brome dans l'alcool éthylique, par exemple, se décolore à vue d'œil; l'eau de brome, étendue, pâlit sensiblement en quelques heures; les solutions dans le chloroforme et le tétrachlorure de carbone se conservent plus longtemps; la solution dans le sulfure de carbone est presque inaltérable.

Cette altération des liqueurs, qui devient plus active sous le rayonnement d'une lampe en quartz à vapeur de mercure, complique les mesures d'absorption dans l'ultraviolet.

Il convient de s'assurer de la pureté des solvants dont quelques-uns pos-

(¹) Voir à ce sujet ma Thèse de doctorat (Paris, 1927). Un résumé de ce travail sera publié dans la *Revue d'Optique*.

sèdent, dans l'ultraviolet, une absorption propre considérable et parfois mal connue : Liweing et Dewar attribuent, par exemple, au spectre du tétrachlorure de carbone, une large bande s'étendant entre $0^{\mu},304$ et $0^{\mu},328$ avec maximum aux environs de $0^{\mu},318$. En réalité, cette bande caractérise la présence du sulfure de carbone, impureté que l'on rencontre fréquemment dans le tétrachlorure. Effectivement, j'ai constaté que la bande $0^{\mu},318$, très accusée dans le spectre d'un tétrachlorure de carbone commercial, disparaissait lorsqu'on purifiait l'absorbant par distillation fractionnée et reparissait lorsqu'on incorporait quelques traces de sulfure de carbone au tétrachlorure pur. Ce dernier, sous l'épaisseur de 1^{mm} , présente les densités optiques suivantes :

Longueurs d'onde.	Densités.
$0,335^{\mu}$	0,25
$0,2925^{\mu}$	0,38
$0,269^{\mu}$	0,48
$0,2575^{\mu}$	1,12
$0,248^{\mu}$	2,35
$0,240^{\mu}$	7,7
$0,237^{\mu}$	10

Je définis la densité optique du brome en solution comme la différence entre la densité de la solution et la densité propre du diluant. Les résultats de mes mesures sont relatifs à des couches absorbantes telles que le brome qu'elles contiennent, supposé réduit à l'état de brome liquide, occuperait une épaisseur de 1 micron.

Il apparaît que les spectres des diverses solutions se composent toujours de deux bandes dont les positions, les largeurs et les intensités maxima figurent dans le tableau suivant :

		Longueur d'onde du maximum d'absorption.	Densité optique maximum.	Largeur de la bande.
		$^{\mu}$		$^{\mu}$
Brome + eau.....	bande violette.....	0,394	0,30	0,106
	bande ultraviolette..	0,258	0,36	0,040
Brome + tétrachlorure de carbone...	bande violette.....	0,415	0,30	0,112
	bande ultraviolette..	0,258	2,10	0,035
Brome + chloroforme	bande violette.....	0,404	0,32	0,110
	bande ultraviolette..	0,270	5,6	0,035
Brome + alcool éthylique.....	bande violette.....	0,414 ⁽¹⁾	0,30	?
	bande ultraviolette..	0,264	13,5	0,035
Brome + sulfure de carbone.....	bande violette.....	0,420	0,79	0,093

(¹) A peine accusée.

L'absorption ultraviolette de la solution dans le sulfure de carbone n'a pas été étudiée à cause de l'opacité considérable du diluant.

On voit que les largeurs respectives des deux bandes sont sensiblement invariables : $0^{\mu},106$ en moyenne pour la violette, $0^{\mu},036$ pour l'ultraviolette.

Les variations de position ne sont pas très grandes : la bande violette a son maximum aux environs de $0^{\mu},414$, la bande ultraviolette se place vers $0^{\mu},260$.

Il est intéressant de comparer aux chiffres précédents les résultats de mesures analogues sur les spectres d'absorption du brome pur à l'état gazeux ⁽¹⁾ ou liquide ⁽²⁾ :

	Longueur d'onde du maximum d'absorption.	Densité optique maximum.	Largeur de la bande.
Brome gazeux — bande violette.....	$0^{\mu},414$	$0,316$	$0^{\mu},110$
Brome liquide — bande violette.....	$0^{\mu},417$	$0,66$	$0^{\mu},100$

Alors que la bande $0^{\mu},414$ figure dans les spectres d'absorption du brome sous tous les états (gazeux, liquide, solution), la bande ultraviolette $0^{\mu},260$ ne caractérise que le brome en dissolution.

La vapeur de brome est totalement transparente entre $0^{\mu},340$ et $0^{\mu},250$.

Quant au brome liquide, il possède dans l'ultraviolet une région de transparence avec minimum de densité optique pour la radiation $0^{\mu},350$ et j'ai pu m'assurer qu'à partir de cette longueur d'onde, l'opacité croît régulièrement vers l'ultraviolet lointain exploré jusqu'à la radiation $0^{\mu},240$. Voici, pour cette région spectrale, quelques densités optiques relatives à une épaisseur de brome liquide de 1 micron :

Longueurs d'onde.	Densités.
$0^{\mu},355$	$0,12$
$0^{\mu},348$	$0,11$
$0^{\mu},340$	$0,125$
$0^{\mu},335$	$0,145$
$0^{\mu},330$	$0,183$
$0^{\mu},325$	$0,245$
$0^{\mu},320$	$0,37$
$0^{\mu},315$	$0,62$
$0^{\mu},2967$	$1,69$

(1) RIBAUD, *Annales de Ch. et Ph.*, 12, 1919, p. 109.

(2) BOVIS, *Comptes rendus*, 178, 1924, p. 1964.

SPECTROSCOPIE. — *Spectre continu et spectre de bandes du mercure.*

Note de M. H. VOLKRINGER, présentée par M. Ch. Fabry.

Des décharges oscillantes passant dans un tube sans électrodes sont susceptibles d'exciter de la vapeur de mercure portée à 240° environ.

La lueur verte obtenue dans ces conditions fournit, au spectroscopie, un spectre continu qui s'étend du visible jusqu'à la raie de résonance 2537 Å et, sur lequel se détachent faiblement les raies d'arc.

J'ai eu l'occasion, dans une précédente Communication ⁽¹⁾, d'étudier la répartition de l'énergie dans la partie visible de ce spectre. En vue de faire une étude analogue pour la partie ultraviolette, j'ai comparé par photométrie photographique le rayonnement émis par le tube à mercure et dispersé au moyen d'un spectrographe en quartz avec un rayonnement supposé connu. J'ai utilisé, à cet effet, une lampe à filament de tungstène (modèle de M. Cotton) avec fenêtre en quartz. Un pyromètre optique et les résultats publiés par Forsythe et Worthing ⁽²⁾ m'ont permis de constater que, dans les conditions où je me trouvais, la répartition de l'énergie en fonction de la longueur d'onde était semblable à celle du rayonnement d'un corps noir à 2233° C. On peut la supposer donnée par la formule de Planck.

J'ai pris sur une même plaque et avec le même temps de pose, un spectre de la vapeur de mercure et dix spectres du filament en affaiblissant les intensités dans des rapports connus au moyen de diaphragmes situés à la sortie des prismes. Le calcul des intensités a été fait en utilisant les enregistrements obtenus à l'aide du microphotomètre enregistreur de Chalonge et Lambert ⁽³⁾.

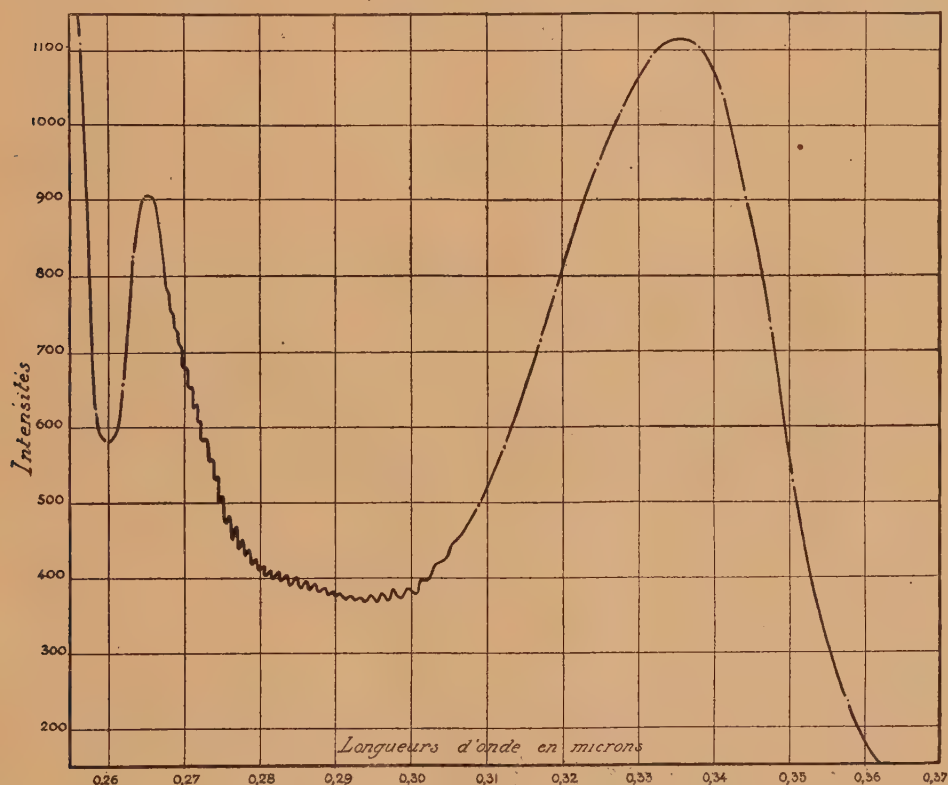
On obtient la courbe ci-contre. Le spectre continu se compose d'abord d'une large bande s'étendant de $\lambda = 0^{\mu}, 37$ à $\lambda = 0^{\mu}, 30$ et présentant un maximum pour $\lambda = 0^{\mu}, 336$. On rencontre ensuite une autre bande plus étroite avec un maximum aigu pour $\lambda = 0^{\mu}, 265$. Puis l'intensité passe par un minimum pour $\lambda = 0^{\mu}, 260$ et croît de nouveau jusqu'à $\lambda = 0^{\mu}, 2537$ où le spectre continu cesse brusquement.

⁽¹⁾ VOLKRINGER, *Comptes rendus*, 183, 1926, p. 780.

⁽²⁾ W.-E. FORSYTHE et A.-G. WORTHING, *Astrophysical Journal*, 61, 1925, p. 146.

⁽³⁾ CHALONGE et LAMBERT, *Comptes rendus*, 181, 1925, p. 924.

J'avais déjà signalé que la longueur d'onde du maximum de la bande visible correspond sensiblement au double de la longueur d'onde de la raie de résonance. On peut constater que la longueur d'onde du maximum de la bande $\lambda = 0^{\mu},336$ est voisine des $\frac{4}{3}$ de cette même longueur d'onde. Autant qu'il est possible de le voir à l'aide de courbes de noircissement, des résultats analogues se présentent pour le cadmium [Kapuscinski ⁽¹⁾] : spectre continu s'arrêtant à la raie de résonance $\lambda = 0^{\mu},2289$ avec un maximum vers $\lambda = 0^{\mu},300$ et un autre vers $\lambda = 0^{\mu},460$; les longueurs d'onde des maxima sont, à très peu près, le double et les $\frac{4}{3}$ de celle de la raie de résonance.



Entre $\lambda = 0^{\mu},305$ et $\lambda = 0^{\mu},265$, j'ai retrouvé le spectre de bandes récemment observé par Lord Rayleigh ⁽²⁾. Ces bandes diffuses semblent liées au

(1) W. KAPUSCINSKI, *Comptes rendus de la Société Polonaise de Physique*, fascicule VIII, 1927, p. 5.

(2) Lord RAYLEIGH, *Roy. Soc. Proc., A*, 114, 1927, p. 620.

spectre continu et plus particulièrement à la bande $\lambda = 0^{\mu},336$. J'ai déterminé les longueurs d'onde des maxima de ces bandes en utilisant les enregistrements microphotométriques. Les résultats sont les suivants :

3054	2946	2873	(2802)	2750	2710
3034	2932	2861	2793	2743	2704
3013	(2919)	2848	2783	2736	2698
2994	(2906)	2835	2775	2729	2692
2976	(2896)	2824	2766	2722	2687
2961	2885	2814	2758	2716	2681

Entre $\lambda = 0^{\mu},3650$ et $\lambda = 0^{\mu},4047$ il existe une autre série de bandes dont les longueurs d'onde seront données plus tard.

SPECTROSCOPIE. — *Jonction spectrographique du domaine des rayons X à l'ultraviolet à l'aide de réseaux lignés*. Note de M. JEAN THIBAUD, présentée par M. M. de Broglie.

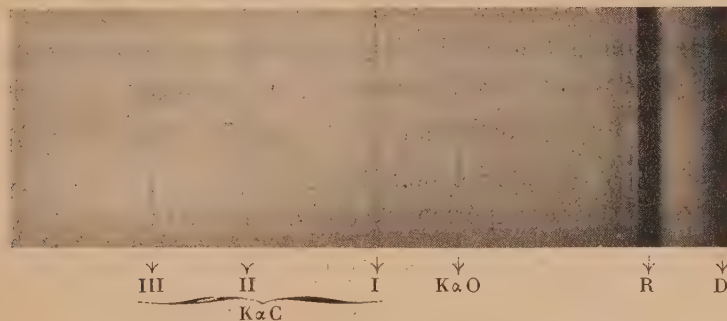
Poursuivant l'application de la méthode nouvelle d'emploi des réseaux sous incidence rasante, qui m'a permis d'obtenir des spectres de rayons X et des spectres d'étincelle d'extrême ultraviolet ⁽¹⁾, j'ai fait établir par la maison Beaudouin un spectrographe dans le vide destiné à l'étude des radiations intermédiaires. Cet instrument, entièrement métallique, comprend une enceinte tubulaire de 60^{cm} de longueur, renfermant le dispositif de réglage du réseau et la plaque photographique. La source de rayonnement est ici, non plus une chambre à étincelles condensées, comme dans un précédent modèle, mais un tube à rayons X en métal, à cathode incandescente, anticathode interchangeable à refroidissement par eau, et raccordé par un joint conique à l'enceinte spectrographique. L'étanchéité de l'ensemble est obtenue par des joints rodés et graissés; une pompe de Holweck évacue simultanément par deux larges canalisations le tube et le spectrographe (pompage : 15 minutes à partir de la pression atmosphérique). Entre l'anticathode et le réseau, deux fentes réglables délimitent le pinceau de radiations utiles, qui n'ont ainsi à traverser, dans leur parcours jusqu'à la plaque, *aucun écran matériel*, dont l'absorption perturberait le faisceau. Le tube est alimenté en tension constante au moyen d'une dynamo de 1000 volts

⁽¹⁾ J. THIBAUD, *Comptes rendus*, 182, 1926, p. 55 et 1141; *Revue d'Optique*, 5, 1926, p. 97; *Journal de Physique*, 8, 1927, p. 13.

et peut supporter 200 milliampères. Il est important de remarquer que tous les spectres sont obtenus à basse tension au régime moyen de 950 volts et de 10 à 40 milliampères.

a. Les réseaux plans utilisés sont toujours en verre. Le premier réseau avait 200 traits au millimètre et donnait quatre ordres de la raie K du carbone avec une dispersion, à 40^{cm}, de 12^{mm},6 au premier ordre et de 19^{mm} au second.

J'emploie maintenant des réseaux mis aimablement à ma disposition par le professeur R.-W. Wood et qui possèdent 1180 traits au millimètre. Leur dispersion très grande, nécessaire à des mesures précises, est, à 40^{cm} du réseau, de 33, 50, 63^{mm} pour les ordres successifs de K du carbone (angle d'incidence sur le réseau $\theta = 0,021$). L'éclat du spectre demeure considérable, et j'utilise uniquement des plaques ordinaires huilées à l'exclusion des plaques Schumann. A 40^{cm} le spectre est photographié en 5 minutes avec 10 watts dans le tube. La transformation de l'énergie cinétique des électrons cathodiques a lieu *avec un rendement remarquable sous ces basses tensions*.



La cathode est soit à pure émission thermoionique (en W, Pt ou Mo), soit recouverte d'oxydes purs ou mélangés à des substances destinées à distiller lentement sur l'anticathode froide qui est généralement en fer.

b. Les spectres, d'une simplicité remarquable, ne présentent pas de raies ultraviolettes et ne montrent pas de fond continu appréciable par rapport aux raies caractéristiques. Celles-ci sont toujours assez fines et nettes comme le montre le cliché qui n'est qu'une médiocre reproduction (raies K du carbone et de l'oxygène). Leurs largeurs sont portées dans le tableau ultérieur. Je me suis attaché à obtenir des mesures de longueur d'ondes avec le plus de précision possible. La constante du réseau (8477 Å)

a été déterminée optiquement à l'aide de la raie 5461 \AA de l'arc au mercure. Une cause d'erreur dans l'emploi du réseau tangent fut réduite, en limitant à la surface du réseau, à l'aide de couches de collodion, la partie diffringente à une bande étroite de 1^{mm} de largeur.

L'enregistrement d'un même spectre dans des positions différentes et connues de la plaque déterminait avec précision toutes les constantes linéaires et angulaires, confirmées ensuite par le calcul à partir des positions sur la plaque des ordres successifs d'une même raie. Voici les résultats obtenus par l'étude d'une trentaine de clichés et sur plusieurs ordres de chaque raie; la précision relative est de 1 pour 1000, la précision absolue, compte tenu de toutes les causes d'erreur, de 0,5 pour 100.

Raie.	Longueur d'onde		\bar{R}	Largeur des raies	
	en \AA .	en volts.		en mm.	en \AA .
$L\alpha$ Fer.....	17,73	696	51,4	0,09	0,12
$K\alpha$ Oxygène.....	23,75	520	38,4	0,087	0,14
$K\alpha$ Carbone.....	44,80	276	20,3	0,43	0,90
$M\alpha$ Molybdène.....	65,0	190	14,0	0,16	0,42

Il est à noter que la raie K de l'oxygène traverse aisément des livrets d'aluminium de $4 \times 10^{-5} \text{ cm}$ d'épaisseur. En utilisant des orientations d'acides gras sur des supports plans, Thoraëus ⁽¹⁾ obtenait $17,58 \text{ \AA}$ pour $L\alpha$ fer et Dauvillier ⁽²⁾ $24,8 \text{ \AA}$ pour $K\alpha O$ et $45,5 \text{ \AA}$ pour $K\alpha C$ en notant un élargissement des raies supérieur à celui observé dans nos clichés.

c. En ajoutant ces résultats à ceux déjà publiés, relatifs aux spectres d'étincelles d'extrême ultraviolet, on peut dire que l'appareil à réseau tangent réalise, pour la première fois, la jonction spectrographique entre les rayons X et ultraviolets à l'aide de réseaux lignés, ainsi que la comparaison directe des longueurs d'onde de ces radiations au mètre étalon.

⁽¹⁾ THORÆUS, *Phil. Mag.*, 7, 1926, p. 312.

⁽²⁾ DAUVILLIER, *Journal de Physique*, 8, 1927, p. 1.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Sur la déformation de la courbe d'ionisation dans l'argon pur par addition d'oxygène.* Note de M. **MARIO A. DA SILVA**, présentée par M. Jean Perrin.

Il a été établi ⁽¹⁾ que la saturation des courants d'ionisation est obtenue dans l'argon parfaitement pur pour des tensions beaucoup plus petites que dans l'air et que les courbes d'ionisation se déforment énormément par la présence d'impuretés même en quantités très faibles.

Ces phénomènes sont probablement liés d'une part à l'existence des électrons libres dans l'argon pur et d'autre part à la formation d'ions complexes, moins mobiles, en présence de gaz ayant une affinité électronique.

Je me suis proposé d'étudier la déformation des courbes d'ionisation dans l'argon pur par des quantités progressivement croissantes d'oxygène, afin d'obtenir quelques renseignements sur l'affinité électronique de ce gaz, suivant une méthode indiquée par M. Laporte ⁽²⁾.

L'argon dont la pureté a été vérifiée par son examen spectroscopique, a été introduit dans la chambre d'ionisation jusqu'à la pression de 737^{mm},9 de mercure. La masse introduite a été de 2^g,9102, le volume de la chambre étant de 1792^{cm}³.

L'oxygène a été obtenu en décomposant par la chaleur, dans un appareil vide et sec, le MnO⁴K cristallisé. Son introduction dans la chambre d'ionisation était faite à l'aide du manomètre représenté dans la figure 1. On aspirait l'oxygène des ballons A et B et on le comprimait dans le tube capillaire C au moyen du mercure qui remplissait le manomètre. La pression de l'oxygène étant ainsi toujours supérieure à la pression de l'argon, on produisait l'entrée de l'oxygène dans la chambre d'ionisation en ouvrant le robinet *a*. On s'arrangeait toujours pour que la pression de l'oxygène dans le tube C restât la même avant et après l'ouverture du robinet *a*. Dans ces conditions la masse d'oxygène qu'on introduisait était proportionnelle au déplacement du mercure dans le tube C :

$$m = \frac{d\pi v(H + \delta)}{760(1 + \alpha t)} \times (n - n_1),$$

⁽¹⁾ MARCEL LAPORTE et MARIO A. DA SILVA, *Comptes rendus*, 183, 1926, p. 287.

⁽²⁾ MARCEL LAPORTE, Thèses présentées à la Faculté des Sciences de Paris, 1927.

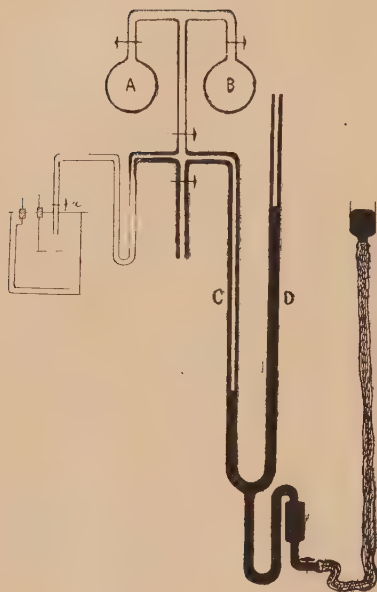


Fig. 1.

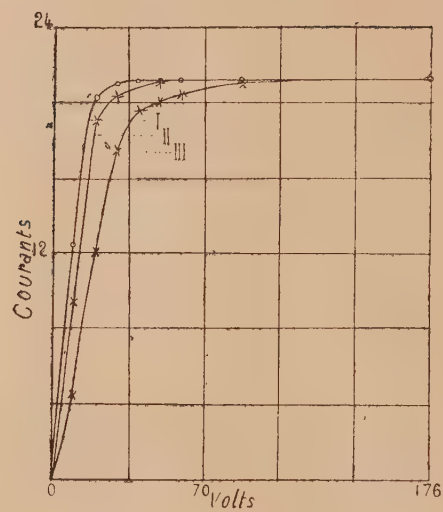


Fig. 2.

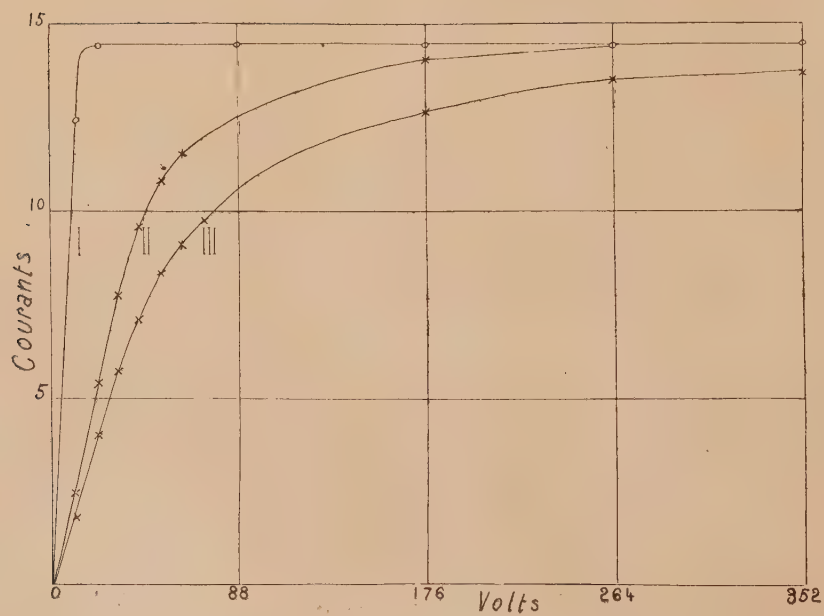


Fig. 3.

d étant la densité de l'oxygène, H la pression atmosphérique, δ la différence de niveau du mercure dans les deux branches du manomètre, t la température, $n - n_1$ le déplacement du mercure en C et v le volume de chaque division du manomètre.

Les figures 2 et 3 montrent les déformations successives des courbes d'ionisation. Sur la figure 2, la courbe I est relative à l'argon pur et les courbes II et III indiquent les déformations pour des masses d'oxygène sec respectivement égales à 0,0008122^g et 0,007159^g, c'est-à-dire pour des pourcentages en volume égaux à 0,03 pour 100 et 0,3 pour 100.

Sur la figure 3 la courbe I est relative à l'argon pur et les courbes II et III indiquent les déformations pour 2,4 pour 100 et 4 pour 100 d'oxygène. Cette dernière courbe ne se déforme plus quand on augmente encore la quantité d'oxygène.

Pour toutes ces expériences, l'ionisation était produite entre deux plateaux parallèles distants de 4^{cm}, par une source de polonium recouverte d'une feuille de mica et d'une feuille d'or laissant subsister 3^{cm} de parcours des rayons α . Il s'agit donc ici d'une ionisation en volume. Des expériences semblables sont en cours avec une couche de gaz ionisé mince, ce qui permettra probablement une interprétation théorique plus simple des résultats.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Équilibre dans une phase gazeuse entre acide et base : produit de volatilité.* Note (1) de M. A. TIAN, présentée par M. Jean Perrin.

Mis en présence à l'état de gaz, les acides et les bases s'unissent en donnant des sels; la réaction se fait généralement par simple addition, sans élimination d'eau, les véritables bases du type hydrate, n'étant pratiquement pas volatiles. Cette union peut être considérée comme réversible. La dissociation des sels à constituants volatils est en effet facile à mettre en évidence par élévation de température, et elle est même notable, dès la température ordinaire, si l'un des constituants est peu ionisé en solution.

Il y a donc similitude entre la réaction réversible



et la réaction ionique



(1) Séance du 27 juin 1927.

Or on sait que le mélange de deux solutions salines contenant respectivement les ions d'un sel s tend à donner ce sel sous forme de précipité si l'on atteint son *produit de solubilité*. La production de fumées, c'est-à-dire la précipitation d'un sel dans une phase gazeuse, ne serait-elle pas réglée par une loi analogue, la volatilité du sel remplaçant ici la solubilité ?

Si l'on applique la loi de Guldberg et Waage à l'équilibre résultant de la réaction réversible (1) réalisée entre la vapeur du sel et ses constituants volatils (supposés pour simplifier monoacide et monobasique), on aura

$$\frac{[\text{acide}] \times [\text{base}]}{[\text{sel}]} = K.$$

Lorsque les fumées apparaissent, $[\text{sel}]$ devient constante, et l'on a :

$$[\text{acide}] \times [\text{base}] = \text{constante} = P.$$

Cette valeur fixe P est ce que l'on peut appeler par analogie produit de volatilité du sel. D'où la loi suivante : *La précipitation d'un sel sous forme de fumées ne se produit que si, par le mélange de ses constituants volatils, on atteint le produit de volatilité du sel.*

Vérification expérimentale. — On peut utiliser comme vérification quelques résultats expérimentaux relatifs à des dissociations salines (par exemple les expériences d'Isambert sur AmSH). Il m'a paru intéressant de tenter une vérification *directe* en mélangeant les constituants gazeux du sel, convenablement dilués et en proportions telles que les fumées commencent juste à apparaître. Pour que la masse du sel précipité soit négligeable vis-à-vis de celles des deux constituants, on ne peut opérer sur des gaz très dilués. Il faut donc utiliser des sels d'acide faible et de base faible pour lesquels le produit de volatilité est assez grand. Aussi les essais suivants portent-ils sur l'acide acétique et la pyridine.

Les expériences, très simples en principe, comportent une difficulté. Les deux gaz antagonistes mis en contact ne se mélangent pas instantanément pour donner une phase homogène. On obtient nécessairement une série de mélanges de composition variable et, pour certains d'entre eux, le produit $[\text{acide}] \times [\text{base}]$ peut atteindre le produit de volatilité, alors même que les proportions globales seraient telles que, pour le mélange final supposé homogène, le produit ci-dessus serait inférieur à P . Des fumées locales tendront ainsi à naître, il est vrai en déséquilibre avec la phase gazeuse, mais leur disparition exigerait un temps assez long, incompatible avec leur maintien en suspension dans le gaz.

J'ai évité cette précipitation prématurée en élevant la température des gaz réagissants, ce qui augmente la valeur de P , puis en refroidissant le mélange devenu homogène. Toutefois du sel déposé sur les parois refroidissantes et une correction est nécessaire ⁽¹⁾.

Les fumées vivement éclairées étaient examinées sur un fond parfaitement noir. Les courants des gaz antagonistes (débits D_a et D_b) sont obtenus en saturant de l'air à 19° par de l'acide acétique et de la pyridine. Un troisième courant d'air est, dans certaines expériences, réuni aux deux premiers pour les diluer. Le débit total étant D , les concentrations de l'acide et de la base dans le mélange peuvent être représentées par $\frac{D_a}{D}$ et $\frac{D_b}{D}$ et, s'il n'y avait pas de correction, le produit de volatilité serait exprimé par $\frac{D_a \times D_b}{D^2}$.

Le tableau suivant résume les résultats de 65 expériences groupées par ordre de débit D croissant; pour chaque groupe sont indiquées les limites de variation des concentrations $\frac{D_a}{D}$ et $\frac{D_b}{D}$, les valeurs moyennes de la fraction ci-dessus (P apparent) et les valeurs de P corrigé.

Nombre d'expé- riences.	Débit total D (en litres par heure).	Variations des concentrations.		Valeurs moyennes de P	
		$\frac{D_a}{D}$	$\frac{D_b}{D}$	apparent.	corrigé.
6.....	2 à 3	de 0,28 à 0,63	de 0,37 à 0,72	0,233	0,087
2.....	3 à 4	0,44 et 0,53	0,37 et 0,56	0,248	0,132
8.....	4 à 5	de 0,39 à 0,82	de 0,18 à 0,71	0,191	0,110
6.....	5 à 6	de 0,20 à 0,81	de 0,19 à 0,80	0,181	0,108
4.....	6 à 7	de 0,48 à 0,79	de 0,21 à 0,27	0,169	0,086
2.....	7 à 8	0,38 et 0,42	0,35 et 0,41	0,152	0,113
9.....	8 à 9	de 0,35 à 0,56	de 0,20 à 0,35	0,129	0,096
10.....	9 à 10	de 0,29 à 0,45	de 0,20 à 0,44	0,123	0,093
7.....	10 à 11	de 0,21 à 0,45	de 0,24 à 0,47	0,113	0,090
4.....	11 à 12	de 0,28 à 0,42	de 0,25 à 0,46	0,115	0,099
2.....	12 à 13	0,29 et 0,32	0,34 à 0,37	0,109	0,090
5.....	13 à 14	de 0,31 à 0,37	de 0,33 à 0,39	0,115	0,101

Moyenne de 65 expériences : 0,103

Les expériences faites sur de petits débits sont assez irrégulières, les corrections sont très importantes et les valeurs du produit de volatilité mal déterminées. Les nombres obtenus ensuite présentent une constance qui, étant donnée la faible précision des mesures, peut être considérée comme suffisante pour vérifier la loi énoncée plus haut.

(1) Un exposé plus complet paraîtra ultérieurement.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Sur l'oxydation de l'oxyde de cacodyle*. Note de MM. **AMAND VALEUR** et **PAUL GAILLIOT**, présentée par M. Charles Moureu.

On sait avec quelle énergie s'oxyde à l'air, en s'enflammant, la *liqueur arsenicale fumante de Cadet*. En réglant convenablement l'accès de l'air et en opérant en présence d'une petite quantité d'eau, on peut néanmoins, réaliser une oxydation modérée, qui transforme le cacodyle en acide cacodylique. On obtient dans ces conditions un magma cristallin, considéré depuis Bunsen ⁽¹⁾ comme le cacodylate de cacodyle.

M. Guinot ⁽²⁾ a récemment réalisé une oxydation plus complète encore et montré qu'on peut, en se plaçant dans des conditions déterminées, convertir par oxydation au moyen de l'air, la quasi-totalité de l'huile de Cadet en acide cacodylique.

Désireux de reprendre l'étude de cette question, nous avons préféré opérer sur un des corps définis présents dans la liqueur de Cadet, l'oxyde de cacodyle. Nous l'avons préparé par l'action du carbonate de sodium sur le chlorure de cacodyle. Nous avons ainsi obtenu un oxyde de cacodyle bouillant à 149°-151° et de densité $D = 1,486$ à 15°, alors qu'on lui attribuait dans tous les ouvrages un point d'ébullition de 121° et une densité $D = 1,464$ à 15°. Cet oxyde ne fume pas à l'air, mais est néanmoins très sensible à son action.

Si l'on fait passer, à la température du laboratoire, un courant lent d'oxygène, dans l'oxyde de cacodyle placé sous une couche d'eau, on constate que l'oxygène s'absorbe, en même temps que diminue le volume de l'oxyde de cacodyle. Quand ce volume a été réduit de 50 pour 100 environ, l'absorption de l'oxygène se ralentit. On arrête alors l'opération, on détermine la nature des produits formés et la quantité d'oxygène absorbée. On caractérise ainsi, par des méthodes dont le détail sera publié dans un autre recueil, outre l'oxyde de cacodyle non transformé, les produits suivants : acide cacodylique, triméthylarsine, oxyde de monométhylarsine, acide arsénieux (accompagnés d'une très faible quantité d'oxyde de triméthylarsine et d'acide méthylarsinique).

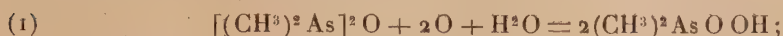
(¹) BUNSEN, *Liebigs Annal.*, 42, 1842, p. 15.

(²) GUINOT, *Journ. de Pharm. et de Chim.*, 7^e série, 27, 1923, p. 55.

Au point de vue quantitatif, on constate que l'oxydation en acide cacodylique intéresse un peu moins de 50 pour 100 de l'oxyde transformé et correspond exactement à la quantité d'oxygène absorbée. Le reste de l'oxyde de cacodyle s'est donc converti pour la plus grande partie en $(\text{CH}^3)^3\text{As}$, CH^3AsO et As^2O^3 sans intervention de l'oxygène.

On peut résumer ces résultats dans les équations suivantes :

1° Réaction avec oxydation :



2° Réactions sans intervention de l'oxygène :



La réaction (4), que nous avons pu constater dans le cas de l'oxydation de CH^3AsO par l'eau oxygénée, ne prend qu'une faible part dans le bilan de ces transformations. Les réactions (1), (2) et (3) sont les plus importantes.

On rencontre également ces réactions parasites, quand on réalise l'oxydation de l'oxyde de cacodyle par des agents autres que l'air ou l'oxygène, mais leur importance varie suivant les cas.

Extrêmement réduites, quand l'oxydation est pratiquée par HgO ou H^2O^2 en liqueur acide, elles sont, au contraire, notables dans le cas où l'oxydation est réalisée par H^2O^2 en milieu alcalin.

Nous pensons que la décomposition, à la température ordinaire, de l'oxyde de cacodyle en triméthylarsine, oxyde de méthylarsine et acide arsénieux, tient son origine d'une action catalytique de l'oxygène, ou plus exactement d'un peroxyde.

Il n'y a pas lieu d'être surpris d'observer l'action catalytique d'un peroxyde, puisque MM. Moureu et Dufraisse ont démontré, au cours de leurs beaux travaux sur l'autoxydation, que cette catégorie de corps pouvait être douée d'une activité catalytique parfois considérable (polymérisation, par exemple).

Ces transformations de l'oxyde de cacodyle constituent un nouveau genre de catalyse due à un peroxyde : synthèse et rétrogradation simultanées.

CHIMIE ANALYTIQUE. — *Sur le dosage du plomb à l'état de cyanure.*Note de M^{lle} SHIOLDVOR GRUNDT, présentée par M. G. Urbain.

MM. W. Herz et E. Neukirch⁽¹⁾ ont proposé de doser le plomb sous forme de cyanure, en précipitant la solution plombique neutre par un excès de cyanure alcalin. Le poids du précipité filtré, lavé à l'eau froide, séché à 95°, concorde bien, d'après les résultats fournis par les auteurs, avec la formule du cyanure $(\text{CN})^2\text{Pb}$.

Ce résultat nous a paru tout à fait invraisemblable, attendu qu'on n'a jamais obtenu jusqu'ici le cyanure de plomb pur, et que, dans les conditions de précipitation indiquées, il peut tout au plus se former un oxycyanure. En effet, Erlenmeyer, Kugler, et en dernier lieu Joannis ont obtenu ainsi des oxycyanures dont la teneur en CN oscillait de 5,2 à 7,25 pour 100 au lieu de 20 pour 100 qu'exige le cyanure pur; en outre, ces résultats n'étaient obtenus qu'en évitant soigneusement l'action du CO^2 de l'air sur le précipité, ce qui n'a pas lieu en effectuant le dosage d'après MM. Herz et Neukirch.

En répétant les expériences de ces auteurs, en faisant largement varier la dilution et la quantité de cyanure alcalin, nous avons pu constater que le poids du précipité, séché à 95°-100°, oscillait entre des limites assez étroites, de +1 à -1 pour 100 de la quantité calculée pour $(\text{CN})^2\text{Pb}$. La solution filtrée ne contient pas de plomb, et c'est seulement dans le cas où l'on introduit un très grand excès de cyanure alcalin que ce métal apparaît dans le filtrat.

Mais ces résultats ne prouvent aucunement que l'on ait affaire au cyanure de plomb : en effet l'analyse des précipités montre qu'ils sont formés par de l'hydrocarbonate presque pur. La moyenne de 3 analyses a donné : Pb 79 pour 100, CN 0,15 pour 100 et CO^2 6,6 pour 100. En outre nous avons constaté, par chauffage dans un tube à essais, que le produit séché à 95° contenait encore de l'eau en proportion notable.

En résumé, le soi-disant cyanure de plomb de MM. Herz et Neukirch n'est autre que de la céruse contenant une petite quantité de cyanure et c'est par un pur hasard que le poids de ce mélange correspond à celui du cyanure. Le pourcentage de Pb est en effet rigoureusement le même dans le sel $(\text{CN})^2\text{Pb}$ et $(\text{CO}^3\text{Pb})^2$. PbO , H^2O , soit 79,8.

(1) W. HERZ et E. NEUKIRCH, *Zeitschr. f. anorg. Chem.*, 130, 1923, p. 343.

Dans les conditions où s'effectue ce dosage, il y a donc précipitation d'un mélange d'oxycyanure et d'hydrate de plomb; ce dernier se carbonate à l'air pendant les lavages et la dessiccation, en donnant naissance au mélange analysé plus haut.

Nous avons fait quelques essais pour obtenir le vrai $(\text{CN})^2\text{Pb}$.

En opérant en solution alcoolique pour éviter l'hydrolyse nous n'avons pas pu obtenir de précipités contenant plus de 3,34 de CN; mais en faisant réagir CNH anhydre sur l'oxyde de plomb hydraté 3PbO , H^2O les résultats ont été meilleurs. L'oxyde, placé dans une nacelle, était chauffé à 100° dans un courant de CNH, et ce dernier était maintenu anhydre en passant sur Cl^2Ca à froid. Après avoir maintenu ces produits en contact dans ces conditions pendant 6 ou 7 heures, on a analysé le contenu de la nacelle, qui avait pris une teinte légèrement brune par suite de la formation de produits de condensation du CNH.

Le dosage de CN, effectué par titrimétrie avec NO^3Ag , a donné 8,97 pour 100. $(\text{CN})^2\text{Pb}$ exige 20 pour 100 et $(\text{CN})^2\text{Pb}$, PbO exige 10,8 pour 100. Il n'est guère probable que par cette méthode on arrive à fixer une quantité de CN supérieure à cette formule.

GÉOLOGIE. — *Sur les terres rouges et les phénomènes d'altération des roches en Indochine française.* Note ⁽¹⁾ de M. F. BLONDEL, transmise par M. Pierre Termier.

L'étude des phénomènes d'altération des roches est à peine ébauchée en Indochine. Cependant les premiers renseignements recueillis paraissent pouvoir se résumer comme il suit :

1° Il semble qu'il existe en Indochine deux grands types d'altération autres que les types normaux des pays tempérés; ce sont, en leur conservant leur appellation locale, pour éviter une précision prématurée, le type « terre rouge » et le type « bienhoa » (Bienhoa est une localité située à environ 30^{km} au nord de Saïgon).

En l'absence d'analyses chimiques suffisamment nombreuses il n'est pas possible de dire avec certitude si ces altérations rentrent strictement dans le type « latérite » tel qu'il a été défini d'une manière si complète par M. A. Lacroix; il paraît bien cependant que ces altérations correspondent à une concentration de l'alumine et de l'oxyde de fer.

(¹) Séance du 20 juin 1927.

2° L'altération en « terre rouge » consiste dans la formation sur place d'une terre qui frappe par sa couleur rouge plus ou moins foncée.

Il semble, à une exception près que je vais signaler, que ce type ne se rencontre que sur les roches volcaniques et non sur les roches franchement holocristallines et leurs affleurements, les basaltes sont souvent presque entièrement décomposés en terre rouge; les rhyolites également et ces terres rouges couvrent d'énormes superficies en particulier dans le sud-est de l'Indochine.

Le granite ne donne généralement pas ce type d'altération; dans presque tous les cas, les granites d'Indochine se désagrègent en boules, l'arène provenant de la désagrégation pouvant être d'ailleurs parfois rubéfiée. Il existe cependant à ma connaissance une exception au moins apparente à cette règle dans la région comprise entre Djiring et Phantiet où l'on trouve des boules de granite dans une terre rouge qui paraît bien entrer dans la catégorie étudiée ici.

Ces terres rouges sont formées d'éléments très fins (argile des agronomes) pour une part très importante qui peut atteindre 70 pour 100. Des recherches sont poursuivies pour étudier la nature des divers éléments de ces terres et leur évolution à partir de la roche originelle. On sait dès maintenant que les terres rouges de basalte sont souvent riches à la surface en acide phosphorique (quelquefois 0,6 pour 100) auquel on attribue généralement la fertilité exceptionnelle dont font preuve beaucoup de ces terres. Il y aurait néanmoins probablement lieu de faire des distinctions, à ce sujet, entre les différentes régions d'Indochine.

Les terres rouges basaltiques sont distribuées d'une manière en apparence irrégulière; mais il est facile de reconstituer par la pensée les plateaux basaltiques dont elles proviennent. Ceux-ci ont été découpés après altération par l'érosion qui a produit dans des terrains aussi peu résistants une topographie assez spéciale. De telles étendues de terre rouge peuvent se terminer d'une manière assez nette, en une sorte de falaise qui montre quelquefois le substratum lorsqu'une telle coupure est due à l'érosion. Dans d'autres cas, au contraire, sur les pentes faibles, on rencontre généralement à la limite des terres rouges une zone de bienhoa pisolitique, autre forme d'altération du basalte qui est indiquée ci-après.

3° L'altération en « bienhoa » donne une concrétion dure ou qui durcit à l'air et qui paraît au premier abord constituée par du sable ou de l'argile aggloméré par de l'oxyde de fer. Ce type d'altération présente un

grand nombre de variétés dont la description appelle une étude détaillée.

Dès maintenant on peut distinguer deux variétés principales. Un premier type de forme absolument irrégulière paraît n'exister qu'en relation avec des alluvions sableuses ou des grès. M. A. Lacroix m'a fait remarquer l'analogie de cette formation avec la cuirasse de Guinée. Il m'a fait également noter que dans presque tous les points où nous l'avons vue, cette formation est recouverte par une alluvion récente. Ce bienhoa, désigné aussi en Indochine sous le nom de latérite, a été fréquemment utilisé pour les constructions, en particulier dans les temples d'Angkor.

Un autre type, pisolithique, probablement beaucoup plus riche en fer et en manganèse n'a été observé jusqu'ici qu'en relation avec le basalte. C'est ce type qui se trouve à la limite des terres rouges. Il donne par désagrégation une terre noire qui, dans certaines conditions, paraît être particulièrement fertile.

Les gisements de ces différentes modalités de la terre rouge tendraient à faire penser que la production du bienhoa exige des conditions temporairement marécageuses, tandis que la terre rouge au contraire ne se formerait qu'au-dessus du niveau hydrostatique.

PALÉOBOTANIQUE. — *Sur la flore houillère du bassin d'Albi.*

Note de M. A. LOUBIÈRE, présentée par M. Costantin.

Le bassin houiller d'Albi, distinct et indépendant de celui de Carmaux, dont il est séparé au nord par une dorsale amphibolitique, occupe un étroit synclinal enclavé au milieu de roches cristallophylliennes et recouvert par les marnes panachées de l'Éocène supérieur.

Bien que son exploitation date d'une quarantaine d'années, il n'avait été l'objet, jusqu'à ce jour, d'aucune exploration paléophytologique; aussi son âge était-il resté incertain. L'unique renseignement relatif à sa flore fossile, dont j'ai connaissance, consiste dans la mention, faite par Bergeron (¹), d'un seul type spécifique : l'*Alethopteris Grandini* rencontré dans le sondage de Cagnac. Depuis la base jusqu'au sommet, cette formation carbonifère comprend successivement les veines Marguerite, Grande Couche, Marmottan et Henriette. Au toit des trois premières, j'ai pu recueillir sur place une

(¹) BERGERON, *Étude géologique du massif ancien situé au sud du Plateau Central*, Paris, 1888, p. 178-192.

série de plantes fossiles intéressantes pour la détermination du niveau. Quant à la veine Henriette, elle ne m'a fourni malheureusement aucune empreinte, les schistes qui en constituent le toit étant très friables.

Mes recherches sur le terrain ont été rendues plus faciles par le concours précieux des directeurs et ingénieurs à qui j'adresse ici tous mes remerciements.

Voici les espèces que j'ai reconnues, en donnant pour chacune d'elles l'indication de la provenance (¹).

LYCOPODIACÉES. — *Sigillaria Brardi* Bgt. se présente sous plusieurs de ses nombreuses formes : *typica*, *sublævis*, *Germari-varians*, *Wettinis*, etc., distinguées par Weiss (GC); *Sig. elongata* Bgt. (M).

SPHÉNOPHYLLÉES. — *Sphenophyllum emarginatum* Bgt. (M; m); *Sphen. majus* Bronn. (M; m).

EQUISÉTACÉES. — *Calamites Suckowi* Bgt. (M); *C. Cisti* Bgt. (m); *Equisitites* sp., (m); *Calamocladus frondosus* Gr. (GC); *Annularia stellata* Schl. (M; GC; m); *Ann. sphenophylloides* Zenk. (M; GC; m); *Palæostachya pedunculata* Will. (m).

SCHIZÉACÉES. — *Senftenbergia pennæformis* (Bgt.) (= *S. elegans* Corda (M; GC)).

MARATTIACÉES. — *Asterotheca arborescens* Bgt. (M; GC; m); *A. crenulata* Bgt. (M); *A. Miltoni* Art. (M; GC); *A. Candollei* Bgt. (M; m); *A. oreopteridia* Schl. (M; GC; m); *Renaultia chærophyllloides* Bgt. (M; GC; m); *R. gracilis* Bgt. (M; m); *Discopteris cristata* Bgt. (m); *Ptychocarpus unita* Bgt. (M; GC; m); *Scolecoperis polymorpha* Bgt. (M; GC; m).

PÉCOPTÉRIDÉES. — *Callipteridium pteridium* Schl. (GC; m); *Pecopteris marginata* Bgt. (M); *P. feminaformis* Schl. (m); *P. Cisti* Bgt. (M); *P. Bucklandi* Bgt. (GC; m).

SPHÉNOPTÉRIDÉES. — *Eremopteris* aff. *artemisæfolioides* Crép. (M); *Sphenopteris obtusiloba* Bgt. (M; GC).

PTÉRIDOSPERMÉES. — *Dicksoniites Pluckeneti* Schl. (m); *Alethopteris Grandini* Bgt. avec *Pachytesta gigantea* dépendant (M; CG); *Aleth. aquilina* Schl. (GC); *Odontopteris Reichiana* Gutb. (m); *Nevropteris flexuosa* Sternb. (M); *N. heterophylla* Bgt. (M; GC; m).

CORDAITÉES. — *Cordaïtes borassifolius* Sternb. (GC); *C. principalis* Germ. (M; GC; m); *Poacordaïtes* (m); *Cordaïcarpus Cordai* Gein. (m).

Le fond de cette flore, on le voit, présente une remarquable association de formes caractéristiques du Stéphanien et du Westphalien, marquant le passage de l'un à l'autre de ces deux étages. D'une part, elle renferme notamment *Pecopteris feminaformis*, *Asterotheca Candollei*, *Callipteridium pteridium*, *Odontopteris Reichiana*, mais avec une extrême rareté, *Ptycho-*

(¹) Les veines houillères sont désignées par leurs initiales : M, Marguerite; G. C., Grande Couche; m, Marmottan.

carpus unita, *Discopteris cristata*, *Dicksoniites Pluckenetii*, assez communs, auxquels s'ajoutent en plus ou moins grande abondance *Asterotheca arborescens*, *Renaultia chaerophylloides*, *Pecopteris Cisti*, *P. marginata*, qui annoncent déjà le voisinage des couches les plus profondes du Stéphanien. D'autre part, elle possède, comme appartenant en propre au Westphalien, *Asterotheca Miltoni*, *Sphenopteris obtusiloba*, *Sphenophyllum emarginatum*, *Sphen. majus*, *Sigillaria elongata*, relativement communs, auxquels se joignent certains types spécifiques, tels que *Senftenbergia pennæformis*, *Eremopteris aff. artemisiæfolioides*, *Palæostachya pedunculata*, *Asterotheca crenulata*, *Renaultia gracilis*, qui ne paraissent pas atteindre le Stéphanien, même aux horizons les moins élevés, et dont la présence dénote, par conséquent, un niveau nettement inférieur à celui de l'extrême base de ce terrain. Enfin, il importe de souligner l'abondance des *Scolecopteris polymorpha*, *Asterotheca oreopteridia* et *Annularia sphenophylloides* qui caractérise particulièrement les *Upper Coal Measures*.

Il s'agit là d'une flore intermédiaire entre les flores stéphanienne et westphalienne. Elle ne saurait être rigoureusement assimilée à aucune des zones paléobotaniques reconnues par Grand'Eury dans son système stéphanien, dans lequel il a rangé, comme on sait, tous les autres bassins du Midi.

Cette flore de passage représente donc un niveau qui, jusqu'ici, semblait faire défaut en France. En effet, d'après les caractères tirés de l'examen de ce mélange de fossiles végétaux, où prédominent les Marattiacées, on est amené à classer, dans la série anthracolithique, les assises houillères d'Albi entre le Westphalien et le Stéphanien, c'est-à-dire sur le même plan que certaines formations carbonifères observées sur d'autres points, telles, par exemple, les couches de Radstock en Angleterre et les couches de l'Alemtejo en Portugal.

BOTANIQUE. — Quelques remarques sur les élaïoplastes des Hépatiques.

Note de M^{lle} H. POPOVICI, présentée par M. Molliard.

On a donné le nom d'élaïoplastes, à des formations d'aspect plus ou moins variable et dont la signification et la nature chimique sont discutées depuis fort longtemps. On trouvera l'historique de cette question dans le travail récent de P. Dombray ⁽¹⁾, qui arrive à la conclusion que les élaïoplastes sont dépourvus de tout stroma et de toute membrane et qu'ils représentent, simplement, des vacuoles à essences et à tannoïdes.

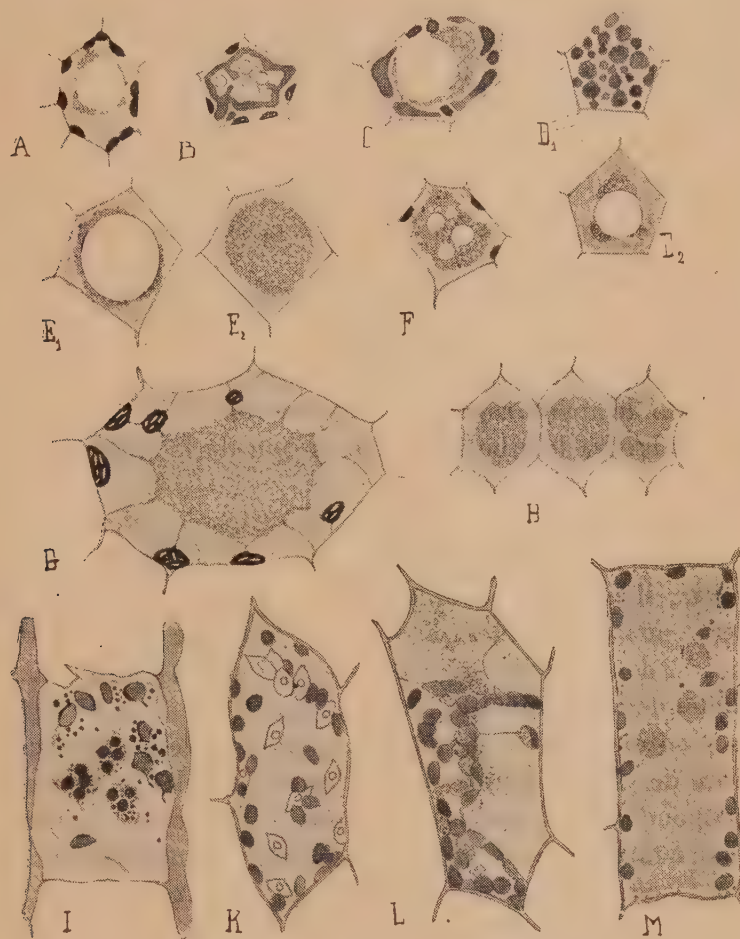
(¹) P. DOMBRAY, Thèse de doctorat ès sciences. Sorbonne, 1926.

Les recherches que nous poursuivons depuis trois ans sur le processus cytologique de la formation des essences nous ont amené à conclure que celles-ci sont toujours localisées dans le cytoplasme, sauf dans les laticifères où elles constituent le contenu de la vacuole : le latex. L'affirmation de Dombray nous faisait voir dans les cellules à élaïoplastes des Hépatiques, une transition entre les cellules ordinaires et les laticifères. Nos observations nous ont montré qu'il n'en était rien. Les pédicelles des sporanges de *Pellia* sont un excellent matériel d'étude grâce à la minceur des membranes cellulaires. Les colorations vitales montrent dans ces cellules une grosse vacuole nettement colorée, au-dessus de laquelle apparaissent les chloroplastes et les élaïoplastes situés dans la couche cytoplasmique qui tapisse la membrane (*fig. M*). Les élaïoplastes ne se colorent pas vitalement : quand une coloration a lieu, elle est toujours postvitale. *Les corps oléiformes ne sont donc pas des vacuoles*. Quant à la localisation des élaïoplastes, elle est nettement cytoplasmique.

En effet, l'examen vital prolongé, l'emploi des fixateurs (*fig. I*) et des réactifs avec ou sans alcool [soudan III, nadi, formol (*fig. K*), perchlorure de fer, etc.], font apparaître autour des élaïoplastes une sorte de membrane qui n'est autre chose que le cytoplasme coagulé, dans lequel ils se trouvent et qui est très souvent réduit à une couche extrêmement mince. Cette localisation nous est apparue comme indubitable à la suite d'une plasmolyse par une solution à 20 pour 100 de NaCl, d'une cellule de *Pellia* (*fig. L*). Les cellules des paniers à propagules de *Lunularia* contiennent en général un seul corps oléiforme très gros. Très souvent, sur le vivant et sans aucune coloration, nous avons pu voir de très fins trabécules cytoplasmiques reliant au cytoplasme pariétal la mince couche de cytoplasme qui entoure l'élaïoplaste (*fig. G*). Les propagules de *Lunularia* sont encore plus intéressantes à ce point de vue. Les colorations vitales sont facilitées par la petitesse des objets. L'aspect des corps oléiformes, ici, varie selon les cellules (*fig. A, B, C, D₂, E₁, E₂*). Parfois le centre du corps est occupé par un gros globule entouré par de tout petits. Le gros globule semble disparaître et dans certaines cellules il n'en reste plus trace. La saponification nous a montré qu'une différence de constitution accompagne la différence de taille de ces globules : un sphérocrystal de savon remplace le gros, tandis que les petits ne sont pas saponifiés. Les colorations vitales nous révèlent le vacuome, qui, dans ces cellules à élaïoplastes, est toujours plus dense que dans les autres.

Très fréquemment celui-ci est sous forme de réseau dans les mailles duquel se trouve l'élaïoplaste incolore (*fig. B*). Dans d'autres cas, le

vacuome est sous forme de petites vacuoles rondes; en faisant varier le point on voit apparaître l'élaïoplaste sur un plan différent (fig. D₁-D₂).



L'examen extrêmement démonstratif de ces cellules nous prouve d'une manière indubitable que non seulement les élaïoplastes ne représentent pas des vacuoles, comme le prétend Dombray, mais encore *que ce ne sont pas non plus des inclusions vacuolaires* ⁽¹⁾. Quant à la nature chimique de ces corps, nos essais de solubilité et de saponification nous ont démontré que,

(¹) Au moment où nous terminons la rédaction de ce travail, nous prenons connaissance d'une Note de P. Gavaudan, qui arrive aux mêmes conclusions que nous (*Comptes rendus*, 184, 1927, p. 1473).

à l'exception des gros globules de *Lunularia*, les élaïoplastes ne sont pas des formations graisseuses. D'autre part, les réactions des tannins ne sont pas toujours positives. Très souvent nous avons eu l'impression qu'à la suite de l'emploi du réactif il se produit une imprégnation, par les composés phénoliques vacuolaires, des diverses inclusions cytoplasmiques, entre autres des élaïoplastes et du noyau.

BOTANIQUE. — *Sur l'apparition et la localisation de la nicotine dans la plantule de tabac.* Note de M. J. CHAZE, présentée par M. Molliard.

La nicotine a été localisée dans le tabac, *Nicotiana tabacum*, *N. macrophylla* par Errera et ses élèves Clautriau et Maistriau et par Molle; mais ces auteurs n'ont pas fait connaître à quel stade, dans le développement de la plante, cet alcaloïde apparaît pour la première fois (¹).

En outre, on ignore le processus cytologique de la formation des alcaloïdes en général.

Nous avons repris cette étude sur la variété *Paraguay* de *N. tabacum*.

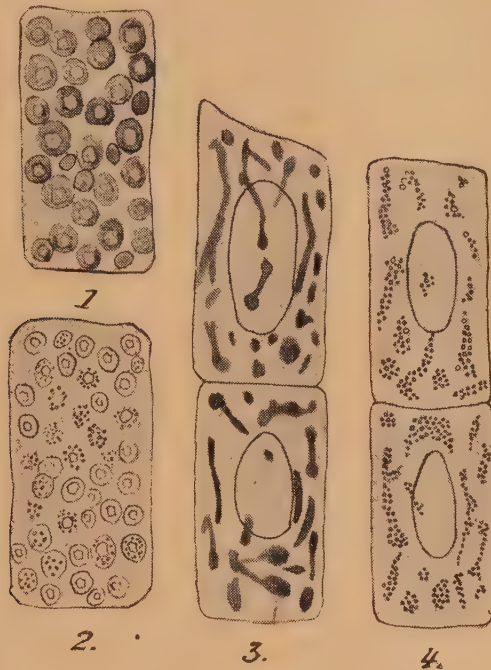
1° *Apparition de la nicotine dans les plantules.* — Dans la graine à l'état de vie ralentie, il a été impossible de déceler, au moyen des méthodes cytologiques et microchimiques qui vont être indiquées, les moindres traces de nicotine. Par contre, cet alcaloïde apparaît dans la plantule dès les tout premiers stades de la germination.

Dans les plantules, de 1^{mm} de longueur, on observe dans les cellules un grand nombre de globules graisseux et des corpuscules de même grosseur et qui correspondent aux grains d'aleurone, si l'on colore de telles plantules au rouge neutre, on voit (*fig. 1*) ces grains fortement colorés en rouge, ils renferment encore un corps réfringent qui représente le cristalloïde de protéine; dans les plantules un peu plus âgées et après coloration au rouge neutre, on voit des précipités d'un rouge plus foncé, animés de mouvements browniens et qui résultent de la précipitation de la substance protéique des grains d'aleurone. En faisant passer le réactif de Bouchardat

$$(1 = 1^{\circ}, \quad 1K = 3^{\circ}, \quad H^2O = 100^{\circ})$$

(¹) Les dosages faits par Stoquer et Dubrisay (Communication verbale) ont donné les résultats suivants : dans les plantes de 35 jours, présence de nicotine, mais en quantité insuffisante pour être dosée; dans les plantes de 44 jours, 0^s,064 de nicotine pour 100^g de plantes fraîches.

dans la préparation, tantôt l'on n'obtient pas des précipités de la nicotine, tantôt, par contre, la réaction est positive; on voit à l'intérieur du résidu liquéfié des grains d'aleurone renfermant ou non leur cristalloïde de protéine, des précipités brun kermès caractéristiques de la présence d'alcaloïdes (*fig. 2*). Ce résultat a été contrôlé, comme tous ceux qui seront annoncés plus loin, au moyen de l'alcool tartrique d'Errera.



Dans une plantule plus âgée, environ 5^{mm} de longueur, les vacuoles dérivant des grains d'aleurone prennent une forme filamenteuse et ont une tendance à constituer un réseau semblable à l'appareil réticulaire de Golgi (*fig. 3*). En faisant passer un peu de réactif de Bouchardat dans une telle préparation, on voit la coloration brun kermès se superposer à la teinte rouge des vacuoles, obtenue à l'aide du rouge neutre. La réaction étant faite sur des plantes de même âge, mais non antérieurement colorées au rouge neutre, provoque des précipités de nicotine groupés en amas ayant les mêmes formes que les vacuoles filamenteuses (*fig. 4*).

Dans les phases suivantes, les vacuoles filamenteuses se gonflent et se fusionnent en une grosse vacuole, où il est facile de mettre la nicotine en évidence. Dans les poils pluri-cellulaires épidermiques où la réaction est

particulièrement nette, on voit, dans les cellules basales, les précipités de nicotine appliqués contre les trabécules protoplasmiques. La nicotine est donc bien située ici, comme dans les cas précédents, à l'intérieur des vacuoles.

L'examen doit être rapide, car le réactif tue les cellules et les précipités de nicotine ne tardent pas à se répandre dans le cytoplasma.

2° *Localisation de la nicotine dans les plantules.* — Dans les plantules de 3^{mm} de longueur, la nicotine est visible surtout un peu au-dessus du point végétatif de la racine, dans l'assise pilifère, dans les poils absorbants; elle existe aussi mais en moindre quantité dans les cotylédons, incolores à ce stade.

Dans les plantules de 5 à 10^{mm} de longueur, la nicotine peut être décelée dans les mêmes régions; toutefois, dans les poils absorbants, elle est moins abondante; elle est aussi moins visible dans les cotylédons verdis, sauf dans l'épiderme de ceux-ci, assise dans laquelle les précipités sont très denses. Ces diverses observations ont été faites par transparence sur des plantules entières.

On peut conclure de ces recherches que la nicotine apparaît dès les premiers stades de la germination dans les vacuoles dérivées des grains d'aleurone, avant la transformation de ceux-ci, en vacuoles filamenteuses, et qu'on la retrouve dans la plantule à tous les stades de l'évolution du vacuome.

CHIMIE AGRICOLE. — *Sur l'antagonisme entre les plantes cultivées et les bactéries du sol dans leur nutrition minérale.* Note de M. D. CHOUGHAK, présentée par M. A.-Th. Schlœsing.

On sait que le taux d'azote et de matières minérales dans les corps des bactéries du sol est très élevé : 10-20 pour 100.

On sait encore que les lois qui règlent la production des végétaux supérieurs, et en particulier la loi du minimum, s'appliquent aussi aux bactéries.

On peut considérer comme possible qu'il se présente des cas où, par suite de la multiplication abondante des bactéries dans le sol, un élément nutritif quelconque (qui dépendra de la constitution de ce sol) sera amené par l'assimilation bactérienne dans la solution du sol à une concentration très petite et insuffisante pour satisfaire au besoin des plantes supérieures cultivées.

Un tel cas justement s'est présenté dans une série d'expériences sur les effets de la stérilisation du sol où l'on avait combiné son action avec celle de différents engrais.

On cultivait du millet dans des pots sur une terre argileuse (0,4 pour 1000 P^2O^5 ; 1,66 pour 1000 N; 3,0 pour 1000 K^2O ; 7 pour 100 CaO); poids de terre 2650^g.

Les engrais étaient : 0^g,5 de N de $NaNO^3$; 0^g,5 P^2O^5 de Na^2HPO^4 ; 0^g,54 K^2O de K^2SO^4 par pot.

Les résultats de ces expériences sont résumés dans le tableau suivant :

Engrais.	Terre stérilisée à 130°.		Terre sans traitement.	
	Récolte totale séchée à l'air.	Azote dans la récolte.	Récolte totale séchée à l'air.	Azote dans la récolte.
Témoin.....	2,4 ^g	—	11,4 ^g	—
P + K + N.....	62,0	—	47,2	—
P + N.....	72,0	0,590	50,8	0,456
P + K.....	29,3	0,234	10,1	0,090
N + K.....	1,0	—	27,0	—

On remarque que la stérilisation du sol a fait tomber la récolte dans les pots témoins de 11^g,4 à 2^g,4 et de 27^g à 1^g dans les pots avec K + N sans P^2O^5 .

Par contre la récolte, ainsi que l'azote assimilé par les plantes, a été fortement augmentée sur la terre stérilisée en présence d'engrais phosphaté et de nitrate.

Cette augmentation d'azote assimilé fait penser que la stérilisation produit une solubilisation de l'azote organique.

Pour essayer de le vérifier, deux lots de terre de 150^g (terre séchée à l'air, à 5,3 pour 100 d'humidité) sont introduits dans des tubes de 2^{cm},5 de diamètre légèrement effilés à la partie inférieure qui est partiellement obturée par une bille de verre. Le premier lot avait été au préalable stérilisé à 130° pendant une heure, puis ensemencé avec quelques milligrammes de terre ordinaire. Le second n'avait subi aucun traitement.

On verse de l'eau dans les tubes de façon à recueillir 25^{cm} d'extrait et l'on répète quelques jours plus tard cet épuisement encore deux fois. Les premiers extraits étaient parfaitement limpides, mais au bout de deux jours l'extrait de la terre stérilisée était devenu complètement trouble; il était alors peuplé de nombreuses bactéries; l'extrait témoin était resté limpide.

La solution des deuxième et troisième épuisements de la terre stérilisée s'écoule trouble du tube; ici encore le microscope décèle de nom-

breuses bactéries. Les extraits troubles ont été centrifugés; le liquide surnageant clair et les bactéries précipitées ont été analysées à part.

Terre stérilisée à 130°.								Terre sans traitement.		
Épai- siment.	P ² O ⁵ (mg par litre)			Azote organique (mg par litre)			Azote ammo- niacal.	P ² O ⁵ total.	Azote org. total.	Azote ammo- niacal.
	so- luble.	dans les bactéries.	total.	so- luble.	dans les bactéries.	total.				
1 ^{er} ...	traces	mg 2,3	mg 2,3	mg 26,2	mg 17,8	mg 44,1	mg 8,6	mg 0,17	mg 6,1	mg 2,0
2 ^e ...	—	—	—	—	—	26,6	6,0	—	9,3	2,2
3 ^e ...	néant	—	—	—	—	14,0	4,3	—	6,9	1,9

L'augmentation énorme des composés azotés organiques dans l'extrait du sol, la solubilisation considérable de P²O⁵ total après la stérilisation ont provoqué la multiplication abondante de bactéries qui ont immobilisé très rapidement presque tout P²O⁵ et une grande partie de N organique soluble.

Dans le troisième extrait analysé immédiatement après l'écoulement du tube, le réactif molybdostrychnique ne décèle plus la présence de P²O⁵ soluble.

Ces faits expliquent immédiatement l'effet de la stérilisation sur la culture :

1° En présence de P²O⁵, grâce à l'augmentation de l'azote assimilable produit par la stérilisation, on obtient une très grande récolte;

2° Dans les pots stérilisés et sans engrais phosphaté, la concentration de P²O⁵ dans le liquide du sol par suite de l'absorption bactérienne est devenue si petite que les plantes végètent très mal et même dépérissent.

Dans la grande culture, il doit certainement se présenter des cas analogues où les infiniment petits jouent pour ainsi dire le rôle des plantes nuisibles concurrençant les plantes cultivées : les substances riches en matières hydrocarbonées et pauvres en P²O⁵, K²O et N (paille, mélasse, etc.), employées comme fumure, en apportant les facteurs énergétiques, provoquent le développement rapide des bactéries qui absorbent les matières nutritives de la dissolution du sol; ainsi il se crée l'antagonisme entre les plantes cultivées et les bactéries. Les apports des engrais convenables, en augmentant la concentration de la dissolution du sol, doivent satisfaire en même temps aux besoins des plantes cultivées et des bactéries du sol.

Alors les effets utiles des différentes actions des bactéries se manifestent

pendant la culture des plantes; mais ces effets apparaissent aussi de la manière la plus active pendant les diverses façons préparatoires ou pendant la jachère; alors on fait dans le sol une véritable culture de bactéries qui jouent le rôle des plantes utiles rentrant dans l'assolement régulier.

CHIMIE AGRICOLE. — *Mesure de l'assimilabilité de divers phosphates par leur action sur la fixation bactérienne de l'azote.* Note de MM. **GEORGES TRUFFAUT** et **N. BEZSSONOFF**, présentée par M. L. Mangin.

La quantité d'azote atmosphérique fixée par des *Azotobacter* dépend, d'après Stoklasa et aussi d'après Waksman, du taux d'acide phosphorique assimilable existant dans leur milieu de culture.

Heller, de Prague, a trouvé que les phosphates minéraux naturels sont difficilement assimilables par les plantes, du fait que leur acide phosphorique est associé au fluor sous forme de fluophosphate (apatite). Le fer et l'alumine ne sont donc pas la cause d'une faible assimilabilité.

Calculant la quantité d'acide sulfurique juste suffisante pour dégager le fluor du fluophosphate ainsi que pour saturer les divers oxydes, Heller obtint un complexe qu'il nomma le *phosphate neutre*. Stoklasa comparant, à poids égal d'acide phosphorique, des phosphates neutres aux phosphates naturels ayant servi à leur préparation, dans des milieux de culture contenant déjà une faible proportion de phosphore utilisable, inoculés par des *Azotobacter*, constata un grain double d'azote en faveur des phosphates neutres.

Dans nos expériences récentes, nous utilisâmes un milieu de culture constitué pour un litre d'eau redistillée sur permanganate : 0,8 KCl, 0^g,2 NaCl, 0^g,2 SO⁴Mg, 0^g,8 CaCO³, 0^g,004 MnSO⁴, glucose 10^g. Ce milieu fut réparti dans des Erlenmayer de 250^{cm}³. Après inoculation simultanée avec *Azotobacter agile*, *Clostridium pastorianum*, *Bacillus Truffauti*, on étudia l'assimilabilité de phosphate marocain (contenant 5,23 pour 100 de CaF², de Gafsa 4,35 CaF², craie phosphatée de la Somme 2,35 CaF², puis d'un phosphate bipotassique auquel on ajouta : 6 pour 100 CaF², un phosphate neutre, un superphosphate minéral et un phosphate neutre auquel on ajouta 6 pour 100 CaF². Dans tous les cas, la quantité d'acide phosphorique employée sous les diverses formes était de 0^g,4 par litre.

Après 26 jours d'incubation à 25° C. on dosa l'azote. La consommation de glucose ne fut déterminée que pour les quatre séries principales.

Nature du phosphate employé.	Gain en azote par litre en milligrammes.					Gain en milligrammes par gramme de sucre consommé.
	Gain par fioles séparées.				Gain moyen.	
Phosphate bipotassique						
+ CaF^2	28,0	32,4	27,2	55,6	35,8	10,6
Superphosphate minéral..	73,2	84,3	82,4		80,0	—
Phosphate neutre + CaF^2 .	90,8	85,6	75,6	72,0	81,0	15,4
Phosphate neutre seul						
(1 ^{re} série).....	56	53,6	53,6	32	48,8	9,9
Phosphate neutre seul						
(2 ^e série).....	17,4	46,0	42		35,1	—
Phosphate de Gafsa.....	4,0	2,6	2,6		3,1	—
Phosphate marocain.....	0	0	0	0	0,0	0,0
Craie phosphatée de la						
Somme.....	0,0	0,0	accident		0,0	—

Le fluorure de calcium ajouté aux phosphates bipotassiques ou neutres n'entrave pas la fixation biologique de l'azote. Il semble même que l'addition du CaF^2 exerce une action favorable sur la fixation de l'azote. En effet, le gain en azote réalisé avec le mélange phosphate neutre + fluorure de calcium est légèrement supérieur à celui obtenu avec le superphosphate, avec cette particularité intéressante d'une grande économie dans l'utilisation des matériaux énergétiques employés (plus de 15^{mg} d'azote par gramme de glucose).

L'addition de carbonate de chaux en excès dans tous les milieux de culture n'a pas atténué les différences des valeurs biologiques des divers phosphates.

Conclusions. — Notre méthode basée sur l'absence de phosphore utilisable autre que celui des divers phosphates utilisés dans les milieux de culture, montre que l'infériorité biologique des fluophosphates minéraux est encore plus importante que ne l'indiquaient les travaux de nos prédécesseurs. C'est l'insolubilité du fluophosphate et non la toxicité du fluorure de calcium qui cause la non-assimilabilité des phosphates naturels. Après désagrégation des fluophosphates, leur assimilabilité est plus que décuplée.

PHYSIOLOGIE GÉNÉRALE. — *Sur la réaction électrique des cellules végétales à la polarisation.* Note (1) de M. DANIEL AUGER, présentée par M. Molliard.

J'ai déterminé quantitativement la réaction électrique produite dans les tissus végétaux par l'action des courants rectangulaires, réaction étudiée par Waller à l'aide de la bobine d'induction et appelée par lui *blaze current* et qui a fait récemment l'objet d'une Note de M. Louis Lapicque.

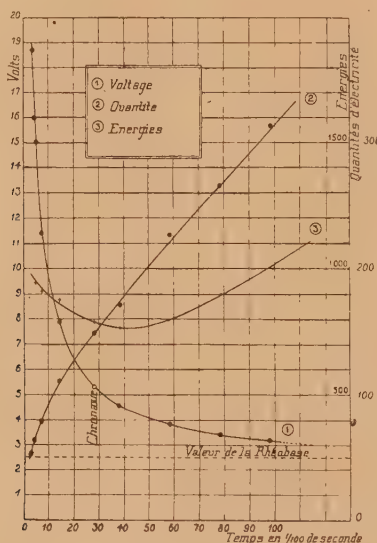
Rappelons que si l'on place sur une feuille vivante deux électrodes impolarisables, l'une sur une partie saine, l'autre sur une partie ayant subi un traumatisme quelconque, on observe une différence de potentiel, la partie lésée étant négative. Nous avons observé qu'il n'est nullement nécessaire de détruire la cellule et que le frôlement d'une barbe de plume, par exemple, détermine un phénomène entièrement réversible au bout de quelques secondes. Si l'on substitue au stimulus mécanique difficile à doser celui produit par une onde rectangulaire de courant, on obtient à stimulus égal une réponse identique, à condition de laisser la feuille se reposer suffisamment et de ne pas prolonger l'action d'un courant trop intense; la vitesse de réversibilité est la même que pour l'action mécanique.

Nous avons expérimenté sur des feuilles de *Cædium*, *Caltha palustris*, *Aralia japonica*, *Eupatorium purpureum*, etc., que nous devons à l'amabilité de M. le professeur Guérin, ainsi que sur diverses racines. Le circuit excitant était formé par deux électrodes Ostwald au calomel remplies de liquide physiologique. Deux électrodes semblables recueillaient le courant produit par la réaction de la plante : on les disposait de façon que celui-ci se produise en sens inverse de celui de la polarisation résiduelle qui pourrait se produire. Le voltage du courant excitant variait par $\frac{1}{10}$ de volt entre 0 et 20 volts; la durée d'excitation variait entre 0,03 et 0,90 seconde; un électromètre de Lippmann permettait d'apprécier la réponse, très faible, mesurée par deux divisions de l'instrument.

Nous avons rassemblé dans le tableau ci-après les valeurs du voltage nécessaires pour obtenir une réponse en fonction du temps de passage du courant excitant (*Cædium*). Nous y donnons également les valeurs des quantités d'électricité et des énergies calculées d'après nos expériences. Ces résultats sont représentés par les courbes de la figure.

(1) Séance du 27 juin 1927.

Temps en 1/100 ^e de sec. (T).	Voltage. (V).	Quantité d'électricité. (V.T).	Énergie. (V ² T).
∞	2,5	»	»
98.....	3,2	313	1003
78.....	3,4	265	901
58.....	3,9	226	792
38.....	4,5	171	769
28.....	5,3	148	786
14.....	7,9	110	873
7.....	11,4	79	910
4,2.....	15	63	945
2,8.....	18,7	52	979



On observe l'existence d'un voltage minimum (rhéobase) nécessaire pour obtenir une réponse quelle que soit la durée de l'excitation ainsi que l'accroissement rapide de celui-ci pour les faibles durées (courbe asymptote à l'axe des voltages). La courbe des quantités d'électricité, d'allure presque rectiligne sur une grande partie de son parcours, présente pour les durées faibles une incurvation prononcée vers l'axe des temps. Enfin la courbe des énergies possède un minimum que nous n'avons pas toujours retrouvé.

Ces courbes présentent des analogies très remarquables avec celles qui traduisent l'excitabilité des tissus musculaires et nerveux : ceci est en accord

avec les conclusions de la dernière Note de M. et M^{me} Louis Lapique ⁽¹⁾ qui tendent à relier étroitement les phénomènes de négativité d'action et de négativité de lésion.

HYGIÈNE. — *Recherche sur la production d'ozone dans l'air par les rayons ultraviolets.* Note ⁽²⁾ de M. J. DADLEZ, présentée par M. d'Arsonval.

L'ozone existe dans l'atmosphère par suite de phénomènes électriques, ou par action des rayons ultraviolets de la lumière solaire. La proportion d'ozone contenu dans l'air est très variable et faible. Elle varie habituellement de 0^{mg},01 à 0^{mg},02 par mètre cube, et le maximum constaté serait d'environ 0^{mg},1 d'ozone (Zenger) ⁽³⁾. Cette quantité peut être augmentée lorsque l'air est soumis à l'action de l'énergie électrique, ou bien à l'action des rayons ultraviolets. Au voisinage d'une lampe en quartz, le rayonnement ultraviolet est tellement abondant, que l'odeur de l'ozone produit est nettement perceptible.

L'ozone en quantité faible est inoffensif pour l'organisme; une forte proportion provoque cependant une irritation des organes respiratoires. L'atmosphère du local contenant environ 4^{mg} d'ozone par mètre cube rend le séjour dans la pièce impossible ⁽⁴⁾.

Il s'agirait d'établir s'il existe de ce fait un danger d'une action irritante de l'ozone au voisinage d'une lampe en quartz.

Le dosage de l'ozone a été effectué par le procédé très sensible de Houzeau ⁽⁵⁾.

Expérience I. — L'air confiné d'une pièce de 18^{m³}, aspiré, en faisant varier la distance, d'une lampe en quartz (de George) d'une puissance de 1500 bougies. La température d'air sec 18°, 2. L'aspiration se produit avec une assez grande vitesse, à peu près 20 litres en 30 minutes. La durée de fonctionnement de la lampe correspondait à la durée d'aspiration.

Les résultats obtenus démontrent que plus grande la distance de la lampe, plus faible la proportion d'ozone. Elle se chiffre notamment de 0^{mg},72 à 0^{mg},79 à distance de 5 à 15^{cm}, tombant à 0^{mg},53 et à 0^{mg},51 avec la dis-

⁽¹⁾ M. et M^{me} LOUIS LAPICQUE, *Comptes rendus*, 184, 1927, p. 1480.

⁽²⁾ Séance du 13 juin 1927.

⁽³⁾ OGIER et KOHN-ABREST, *Chimie toxicologique*, 1, 1924, 2^e édition, p. 236.

⁽⁴⁾ MARCY et BOUISSY, *Ann. Serv. techn. Hygiène*, 7, 1926, p. 42.

⁽⁵⁾ HOUZEAU, *Ann. Chim. et Phys.*, 3^e série, 67, 1863, 7, p. 466.

tance plus grande, pour atteindre la proportion moyenne de $0^{\text{mg}},3$ par mètre cube d'air.

Expérience II. — Pièce de 32^{m^3} , bien ventilée lampe (Gallois) 1500 bougies, $t = 23^{\circ}$. Résultats :

Ozone par mètre cube d'air à distance de	5^{cm}	de la lampe	$0,33^{\text{mg}}$
»	14^{cm}	»	$0,23$
»	70^{cm}	»	$0,04$

Expérience III. — Trois lampes (Chenaille) d'une puissance de 3000 bougies ont été installées au plafond d'une salle de 340^{m^3} . Pendant leur fonctionnement, on a prélevé 30 litres d'air à distance de 100^{cm} d'une lampe. Le dosage d'ozone donna dans ce cas un résultat négatif. Une odeur d'ozone, très légère, était perceptible à distance de 10^{cm} de la lampe.

Des résultats analogues ont été obtenus pendant d'autres expériences. Dans un cas, où fonctionnait pendant 30 minutes une lampe d'une puissance de 3500 bougies, dans une pièce d'environ 12^{m^3} , on pouvait constater la proportion d'ozone de $0^{\text{mg}},5$ à $0^{\text{mg}},6$ par mètre cube d'air. A la distance de 6^{cm} d'une lampe d'une puissance de 3500 bougies la teneur en ozone peut atteindre $0^{\text{mg}},9$ par mètre cube d'air.

Il s'agirait donc de savoir si l'ozone à la dose de $0^{\text{mg}},6$ à $0^{\text{mg}},7$ par mètre cube d'air produit une action irritante sur l'organisme. Cela dépend évidemment de l'âge, des qualités individuelles et de l'état de santé.

Les essais suivants ont été effectués sur moi-même : la respiration dans une atmosphère qui contient $1^{\text{mg}},3$ à $1^{\text{mg}},4$ d'ozone par mètre cube produit en 20 minutes une sensation d'une légère brûlure sur les muqueuses nasales. Ces premiers symptômes se produisent beaucoup plus vite à la dose de $1^{\text{mg}},9$ par mètre cube, soit au bout de 6 minutes. Il survient une sensation de brûlure, de chatouillement, de sécheresse sur les muqueuses de la gorge, accompagnée de toux. Au bout de 20 minutes, on éprouve une irritation trachéale et bronchiale. La toux devient si violente qu'il est difficile de supporter une pareille atmosphère. On peut aussi constater le commencement d'une conjonctivité avec larmolement et brûlure. Les phénomènes d'irritation disparaissent au bout de quelques minutes aussitôt sortis de cette atmosphère. Étant resté un jour pendant 25 minutes dans l'atmosphère, contenant 2^{mg} d'ozone par mètre cube d'air, je ressentais au bout de quelques heures des douleurs, principalement pendant l'inspiration. Le lendemain, l'état de santé était bon. On peut considérer alors la dose de 1^{mg} à $1^{\text{mg}},5$ d'ozone par mètre cube comme dose, provoquant dans le délai de 30 minutes les premiers symptômes d'irritation chez les adultes.

En comparant la dose irritante minima avec la quantité de $0^{\text{mg}},05$ à $0^{\text{mg}},3$ d'ozone produit en moyenne pendant le fonctionnement d'une lampe en quartz, on est amené à conclure que l'air contenant cette proportion d'ozone ne présente aucun danger. Il faut cependant prendre des précautions s'il s'agit d'une petite pièce, où la proportion d'ozone atteint $0^{\text{mg}},6$ et même plus. Mais on peut éviter très facilement l'accumulation de l'ozone par une bonne ventilation.

CHIMIOTHÉRAPIE. — *Les rapports entre l'activité spirillicide et trypanocide des éléments et leur classification électrochimique.* Note de MM. C. LEVADITI et J. LONGINESCO, présentée par M. Roux.

L'un de nous ⁽¹⁾ a montré qu'il n'existait pas de relations satisfaisantes entre les huit éléments actifs du point de vue thérapeutique dans la syphilis et les trypanosomiasés (Au, Hg, V, As, Sb, Bi, Te, Pt) et leur classification suivant le système périodique de Mendelejeff, lequel n'envisage qu'un certain ordre de phénomènes chimiques. En nous adressant à la classification électrochimique des métaux ⁽²⁾ et à leur répartition en groupes analytiques, nous avons obtenu des résultats plus satisfaisants.

L'étude des rapports entre les éléments thérapeutiquement actifs et leur classification électrochimique montre que parmi les 34 éléments examinés :

- 1° La plupart des métaux *inactifs* se placent au-dessus de l'hydrogène ;
- 2° Tous les éléments *actifs* se placent au-dessous de l'hydrogène ; ce sont des éléments ou très peu électropositifs (As, Bi, Sb, Hg, Pt, Au), ou très peu électronégatifs (Te et V). Voici, d'ailleurs, leur emplacement dans la classification électrochimique :

(1) LEVADITI, C. R. Soc. Biol., 97, 1927, p. 167.

(2) On sait que pour électrolyser un sel, il est nécessaire d'appliquer une tension minima d'électricité dépendant de la nature de ce sel. La différence de potentiel est la somme des deux chutes de tension se faisant sur les deux électrodes (*tension de polarisation*)

$$E = \Sigma c + \Sigma a.$$

Tous les métaux placés au-dessous de l'hydrogène ($H = 0$) peuvent être remplacés par celui-ci dans leurs sels et ne décomposent pas l'eau (à la température ordinaire).

	Volt (¹).		Volt (²).
H.....	0	H.....	0
Cu.....	—0,29	Sb.....	0,10 actif
As.....	—0,33 actif	As.....	0,30 actif
Bi.....	—0,35 actif	Cu.....	0,34
Sb.....	—0,47 actif	Ag.....	0,80 faibl. actif
Hg.....	—0,75 actif	Hg.....	0,86 actif
Ag.....	—0,77 faibl. actif	Pt.....	0,86 actif
Pd.....	—0,79	Au.....	1,50 actif
Pt.....	—0,86 actif		
Au.....	—1,09 actif		

Du point de vue analytique, tous les métaux actifs précipitent avec l'H²S à l'état de sulfures. Nous remarquerons, cependant, que parmi les métaux étudiés, le Cd, le Sn et le Pb, qui, eux aussi, précipitent avec l'H²S, mais qui ont une tension de polarisation supérieure à celle de l'H, ne sont pas thérapeutiquement actifs, ce qui était à prévoir.

CONCLUSIONS. — *En résumé, tous les métaux actifs du point de vue thérapeutique sont ou très peu électropositifs, ou très peu électronégatifs; ils ont, en général, une tension de polarisation inférieure à celle de l'hydrogène et ne décomposent pas l'eau à la température ordinaire. Du point de vue analytique, ils précipitent tous avec l'H²S à l'état de sulfures. Il semblerait que ce soient là les conditions nécessaires pour qu'un élément soit actif.* L'élaboration tissulaire des composés spirillicides protéo-métalliques en dépend (*bismoxyL, trypanotoxyl*; Levaditi). Toutefois, ces conditions ne sont pas suffisantes, puisqu'il existe des métaux qui les remplissent (Cu, Pd), et qui cependant sont inactifs, du moins dans l'état actuel de nos connaissances.

Le colonel **L. FRANÇOIS MOREAU** adresse à l'Académie un Mémoire sur *l'existence de radiations telluriques spéciales.*

La séance est levée à 16^h.

A. Lx.

(¹) D'après URBAIN (*Cours de Chimie analytique*).

(²) D'après EPHRAÏM (*Anorganische Chemie*).